

Bu alıştırmaları **10 Aralık Pazartesi**'ye kadar çözenizi bekliyorum.

1. $p : X \rightarrow Y$ sürekli bir fonksiyon olsun. Eğer $p \circ f$ bileşkesi Y üzerindeki birim fonksiyon olacak şekilde bir $f : Y \rightarrow X$ fonksiyonu varsa, p fonksiyonunun *bölüm fonksiyonu* olduğunu gösterin.

2. $A \subset X$ olsun. Bir $r : X \rightarrow A$ sürekli fonksiyonu her $a \in A$ için $r(a) = a$ koşulunu sağlıyorsa r fonksiyonuna X uzayının A uzayına bir *çekilmesi* denir. Çekilmenin bir bölüm fonksiyonu olduğunu gösterin. (Önceki alıştırmayı kullanabilirsiniz.)

3. Kapalı olmayan ve açık olmayan bir bölüm fonksiyonu bulun.

4. X ile Y topolojik uzaylar, $f : X \rightarrow Y$ sürekli ve örten bir fonksiyon olsun. Ayrıca Y üzerindeki topoloji f ile belirlenen bölüm topolojisi olsun. Eğer $A \subset X$ kapalıysa (açıksa) ve f bir kapalı (açık) fonksiyonsa $B = f(A)$ üzerindeki altuzay topolojisiyle B üzerinde f tarafından belirlenen bölüm topolojisinin aynı olduğunu gösterin.

5. $X = [0, 1]$ doğru parçası \mathbb{R} üzerindeki standart topolojinin altuzayı olarak görülsün. X üzerinde öyle bir bölüntü oluşturun ki bu bölüntüye göre bölüm uzayı (\mathbb{R}^2 'de altuzay topolojisiyle) birim çember olsun.

6. $X = \{a, b, c, d\}$ ve X üzerindeki bir topoloji

$$\tau = \{\emptyset, \{c\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{a, b, c\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d\}, X\}$$

olsun. $Y = \{a, b, c\}$ ve $f : X \rightarrow Y$ fonksiyonu

$$f = \{(a, a), (b, b), (c, c), (d, b)\} \subset X \times Y$$

olsun. Bu durumda f fonksiyonunu sürekli yapan Y üzerindeki bütün topolojileri bulun.

7. X bir topolojik uzay, A bir küme ve $f : X \rightarrow A$ örten bir fonksiyon olsun. A üzerinde f fonksiyonuna göre bölüm topolojisinin $f : X \rightarrow A$ fonksiyonunu sürekli yapan en ince topoloji olduğunu gösterin.

8. Bir n pozitif tamsayısı için düzlemde merkezi

$(\frac{1}{n}, 0)$ noktası ve yarıçapı $\frac{1}{n}$ olan çemberi C_n ile gösterelim.

$$X = \bigcup_{n \in \mathbb{Z}_+} C_n \subset \mathbb{R}^2$$

olsun. Öncelikle $n \in \{1, 2, \dots, 8\}$ için C_n çemberlerini çizin. Şimdi X uzayının açık kümelerini tarif edin.

9. Reel sayılardan aralarındaki fark bir tamsayı olanları birbirine denk sayalım. Bu denklik bağıntısının tanımladığı uzayı \mathbb{R}/\mathbb{Z} ile gösterelim. Önceki sorudaki X uzayı \mathbb{R}/\mathbb{Z} ile homeomorfik midir?

10. Eğer $A \# B = A \# C$ ise $A = B$ olmak zorunda mıdır?

11. Bir çokgensel yapıştırmanın sonucunda elde edilen yüzeyin çokgenin rotasyon, yansıma gibi hareketlerinden bağımsız olduğunu gösterin.

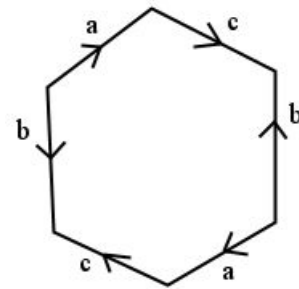
12. Aşağıdaki kelimeler yeni yüzeylere karşılık gelirler?

(i) $abcdec^{-1}da^{-1}b^{-1}e^{-1}$

(ii) $ae^{-1}a^{-1}bdb^{-1}ced^{-1}c^{-1}$

(iii) $a_1b_1a_1^{-1}b_1^{-1}a_2b_2a_2^{-1}b_2^{-1} \dots a_gb_ga_g^{-1}b_g^{-1}$

13. Aşağıdaki çokgensel yapıştırmanın sonucunda birbirine yapışan köşeleri listeleyin. Bu yapıştırma göre bu çokgensel bölge üzerinde oluşan denklik bağıntısının denklik sınıfları nelerdir.



14. Önceki alıştırmadaki yapıştırma denk ama tüm köşelerin birbirine yapıştığı bir yapıştırma bulun. Yapıştırma sonucunda hangi yüzey oluşur?

15. $\mathbb{P}^2 \# \mathbb{T}^2 \# \mathbb{P}^2 \# \mathbb{S}^2 \# \mathbb{P}^2 \# \mathbb{K}^2 = \mathbb{P}^2 \# \mathbb{T}^2 \# \mathbb{T}^2 \# \mathbb{T}^2$ olduğunu gösterin.