

Bu alıştırmaları **12 Kasım Pazartesi**'ye kadar çözmanızı bekliyorum.

1. Eğer X bir topolojik uzay, $Y \subset X$ ve $Z \subset Y$ ise, Z üzerine Y üzerindeki topolojiden indirilen topolojinin, Z üzerine X üzerindeki topolojiden indirilen topolojiyle aynı olduğunu ispatlayın.

2. $X = \mathbb{R}$ ve $Y = [0, 1] \subset X$ olsun. Aşağıdakilerden hangileri X -açıktır, hangileri Y -açıktır?

- (a) $\{x : \frac{1}{2} < |x| < 1\}$
- (b) $\{x : \frac{1}{2} < |x| \leq 1\}$
- (c) $\{x : \frac{1}{2} \leq |x| < 1\}$
- (d) $\{x : 0 < |x| < 1, \frac{1}{x} \notin \mathbb{Z}_+\}$

3. $X = \mathbb{R}$ ve $Y = [-1, 1] - \{0\} \subset X$ olsun. Alt-uzay topolojisine göre $[-1, 0)$ kümesinin Y -kaçık olduğunu gösterin.

4. Reel sayılar üzerindeki standart topolojiden \mathbb{Z} üzerine indirilen topoloji nedir?

5. Reel sayılar üzerindeki standart topolojiden \mathbb{Q} üzerine indirilen topoloji nedir?

6. Eğer her X -açık U kümesi için $f(U)$ kümesi Y -açık oluyorsa, yani $f : X \rightarrow Y$ fonksiyonu açık kümeleri açık kümelere götürüyorsa, f fonksiyonuna *açık* fonksiyon denir. Bu tanımları kullanarak $\pi_1 : X \times Y \rightarrow X$ izdüşüm fonksiyonunun açık olduğunu gösterin. $\pi_1 : X \times Y \rightarrow X$ izdüşüm fonksiyonu kapalı kümeleri kapalı kümelere götür mü?

7. $Z \subset Y \subset X$ olsun. Y üzerinde altuzay topolojisine göre Z kapalı olsun. X üzerindeki topolojiye göre Y kapalı ise Z de kapalı mıdır?

8. $X = \mathbb{R}^2$ ve $Y = [0, 1] \times [0, 1] \subset X$ olsun. Y üzerine X 'deki standart topolojiden indirilen topolojinin açık kümeleri nelerdir? Bunlardan X -açık olmayanlar hangileridir?

9. $X = \mathbb{R}^2$ reel düzlem ve $Y \subset X$ reel düzlemde en az bir koordinatı rasyonel olan noktaların kümesi olsun. Y üzerine X 'deki standart topolojiden indirilen topolojinin açık kümelerini tarif edin?

10. $X = \mathbb{R}^2$ ve $Y = [0, 1] \times [0, 1] \subset X$ olsun. Y üzerine X 'deki *sözlük* topolojiden indirilen topolojinin açık kümeleri nelerdir? Bunlardan X -açık olmayanlar hangileridir?

11. $S^2 = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1\}$ küresi üzerine \mathbb{R}^3 'deki standart topolojiden indirilen topolojinin açık kümeleri nelerdir?

12. (X, τ) bir topolojik uzay ve

$$\Delta := \{(x, x) \in X \times X : x \in X\} \subset X \times X$$

olsun. $X \times X$ üzerindeki çarpım topolojisine göre Δ açıksa τ topolojisinin ayrık topoloji olması gerektiğini ispatlayın. Eğer τ ayrık topolojiyse Δ açık olmak zorunda mıdır?

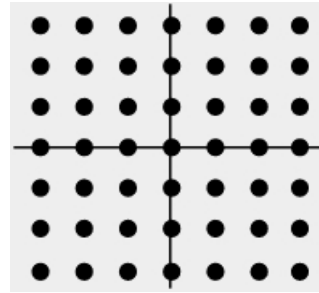
13. Reel sayılar üzerindeki \mathbb{R}_ℓ alt limit topolojisini kendisiyle çarparak \mathbb{R}^2 üzerinde bir topoloji elde edelim. Bu topolojiden

$$A := \{(x, -x) \in \mathbb{R}^2 : x \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^2$$

kümesi üzerine indirilen topolojinin açık kümeleri nelerdir?

14. İki Möbius şeridi sınırları boyunca yapıştırılınca elde edilen yüzey nedir?

15. Düzlemde koordinatları arasındaki fark bir tamsayı olan noktaları denk sayalım. Aşağıda $(1, 1)$ noktasının denklik sınıfları işaretlenmiş.



Denk noktalar yapıştırılırsa hangi yüzey oluşur?

16. Çember için bir parametrizasyon bulun.

17. Torus için bir parametrizasyon bulun.