

Bu alıştırmaları **29 Ekim Pazartesi**'ye kadar çözenizi bekliyorum.

1. Açık aralıkların \mathbb{R} üzerindeki bir topolojinin tabanı olduğunu gösterin.

2. $\mathcal{B} = \{(a, b) : a < b, a, b \in \mathbb{Q}\}$ koleksiyonunun \mathbb{R} üzerindeki bir topolojinin tabanı olduğunu gösterin. Bu topoloji ile önceki sorudaki topolojinin aynı olduğunu gösterin.

3. $\mathcal{B} = \{[a, b) : a < b, a, b \in \mathbb{Q}\}$ koleksiyonunun \mathbb{R} üzerindeki bir topolojinin tabanı olduğunu gösterin. Bu topolojinin \mathbb{R} üzerindeki \mathbb{R}_ℓ alt limit topolojisi ile aynı olmadığını gösterin.

4. \mathbb{R} üzerindeki alıştığımız topolojiyi sonlu tümlen topolojisiyle karşılaştırın.

5. Bir $a \in \mathbb{N}$ ve bir $b \in \mathbb{N}^+$ için

$$U_{a,b} := \{a + nb : n \in \mathbb{N}\}$$

olarak tanımlansın. \mathbb{N} üzerinde elemanları bu $U_{a,b}$ 'ler ve boş küme olan koleksiyonun bir topoloji olduğunu gösterin.

6. Önceki sorudaki topolojiyi kullanarak asalların sonsuzluğunu ispatlayın.

7. \mathbb{R}^2 üzerindeki alıştığımız topolojinin sayılabilir bir tabanını bulun.

8. Bir tabanın ürettiği topolojinin bu tabanı içeren tüm topolojilerin kesişimi olduğunu ispatlayın.

9. Her topolojinin bir tabanı var mıdır?

10.

$$\mathcal{S} = \{(\infty, a] : a \in \mathbb{R}\} \cup \{[b, \infty) : b \in \mathbb{R}\}$$

koleksiyonunun \mathbb{R} üzerindeki ayrık topolojinin bir alt tabanı olduğunu ispatlayın.

11. $X = (\mathbb{R} - \{0\}) \cup \{0^-, 0^+\}$ olarak tanımlansın (Reel sayılardan sıfırı atıp, sıfır artı ve sıfır eksi diye iki yeni eleman ekledik). X üzerinde bir sıralama şu şekilde verilsin:

Her $a, b \in \mathbb{R} - \{0\}$ için

(i) Eğer \mathbb{R} 'de $a < b$ ise X 'de $a < b$,

(ii) Eğer \mathbb{R} 'de $a < 0$ ise X 'de $a < 0^+$ ve $a < 0^-$,

(iii) Eğer \mathbb{R} 'de $b > 0$ ise X 'de $b > 0^+$ ve $b > 0^-$,

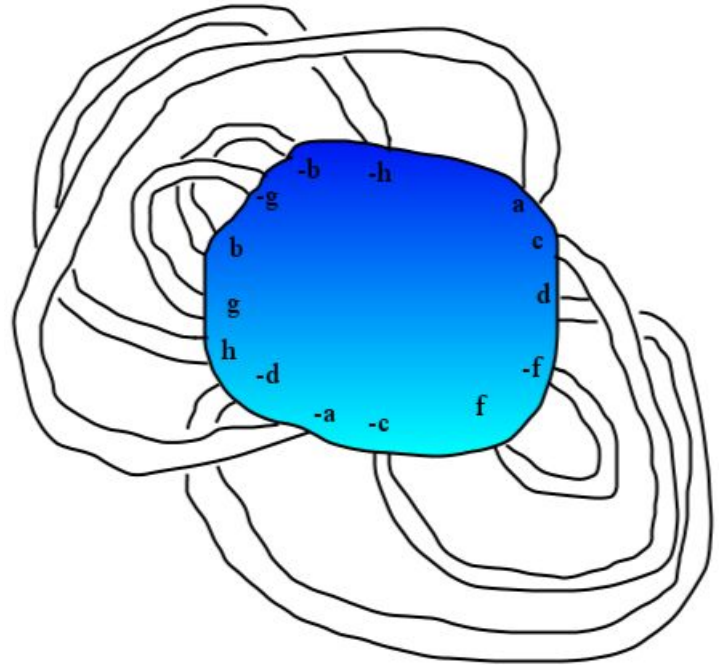
(iv) $0^+ \neq 0^-$,

(v) $0^+ \not\prec 0^-$,

(vi) $0^+ \not\succ 0^-$

olsun. Bu sıralamayla oluşan açık aralıkların X üzerinde bir taban oluşturduğunu ispatlayın.

12. Aşağıdaki yüzey nedir?



Rankı kaç?

Kaç tane sınır çemberi var?

13. Düzlem yerine küre yüzeyi için Jordan eğri teoreminin ifadesi nasıl olur?

14. Küre yüzeyi ile düzlemde bir diskin topolojik olarak farklı olduklarını ispatlayın.

15. Mümkün olan her rank için bu rankta iki farklı sınırlı ve yönlendirilebilir yüzey bulun.

16. Düzlemsel bir yüzeyin tüm sınır çemberlerine birer disk yapıştırılınca küre olacağını ispatlayın.