MSGSÜ – MAT 215 **Ad - Soyad:** ____________________

Ara sınav – 19 Kasım 2014 **Öğrenci No:** ____________________

Soru	1	2	3	4	Toplam
Puan	7	9	11	8	35
Kazanılan					

1. V derecesi en fazla iki olan reel katsayılı tek değişkenli polinomların vektör uzayı olsun. V üzerinde bir iç çarpım $p(x), q(x) \in V$ için $\langle p(x), q(x) \rangle = \int_{-1}^{1} p(x)q(x)\,dx$ olarak tanımlansın.

   (a) (5 Puan) V için bir birimdik taban bulun.

   (b) (2 Puan) Yukarıda bulduğunuz taban elemanlarına istediğiniz sıraya göre p_1, p_2 ve p_3 adlarını verin ve $\langle p_1 + 2p_2 + 3p_3, 3p_1 - 2p_2 - p_3 \rangle$ ifadesininin değerini hesaplayın.

2. $V = \mathbb{R}^3$ üzerinde standart iç çarpımı düşünelim. $W = \mathbb{R}^2$ olsun. $f : V \to W$ fonksiyonu

$$f(x, y, z) = (x - y, z)$$

olarak tanımlansın.

(a) (2 Puan) $(\ker f)^\perp =?$

(b) (2 Puan) $V/(\ker f)^\perp$ için bir taban bulun.

(c) (5 Puan) $V/\ker f$ ile W arasında bir izomorfizm yazın.

3. $V = \mathbb{R}^3$ olmak üzere aşağıda tanımlanan W_1 ve W_2 kümelerinin V'nin birer altuzayı olduğunu kabul edelim:

$$W_1 = \{(t,t,t) \in V \,:\, t \in \mathbb{R}\}$$
$$W_2 = \{(0,0,s) \in V \,:\, s \in \mathbb{R}\}.$$

(a) (6 Puan) V/W_1 ile V/W_2 uzayları arasında bir izomorfizm bulun. Bu izomorfizmi tanım ve görüntü uzayları için seçtiğiniz tabanlara göre bir matris olarak da ifade edin.

(b) (2 Puan) Bulduğunuz sonuçları bir çizimle açıklayın.

(c) (3 Puan) $\dim(V/W_1 \oplus V/W_2) = ?$

4. V bir vektör uzayı olsun. Bu vektör uzayının üç altuzayı V_1, V_2 ve W olsun. Aşağıdaki önermeleri ispatlayın ya da çürütün:

(a) (4 Puan) $(V_1 \cap W) + (V_2 \cap W) \subseteq (V_1 + V_2) \cap W$

(b) (4 Puan) $(V_1 + V_2) \cap W \subseteq (V_1 \cap W) + (V_2 \cap W)$