Analysis IV, Vize 2

1. (15) C egrisi, $(0,0,0)$den goruldugunde saat yelkovaninin ters yonunde yonderilmis, $x+2y+3z=6$ duzlemin $x,y,z\geq 0$ bolgenin icindeki kalan parcasinin siniridir ve $F(x,y,z)=(x+y,2z,x^2)$ olsun.
$$\int_C \mathbf{F}.\mathbf{T}ds,$$
direkt olarak hesaplayiniz.
2. (10) Yukaridaki soru Stokes teoremi kullanarak hesaplayiniz. Cevaplarinizi ayni oldugunu kontrol ediniz.
3. (10) S yuzeyi $z=\sqrt{16-x^2-y^2}$ yarikuresinin $x+2y\geq 0$ bolgenin icinde kalan parcasi olsun. Bunun yuzey alan hesaplayiniz.
4. (15) S yuzeyi yukariya-yonelmis normale sahip ve $z=4-x^4-y^2$ yuzeyin $[0,1]\times[0,1]$ birim karesinin uzerinde kalan parcasi olsun ve $\omega = dydz + ydzdx$ olsun.
$$\int\int_S \omega,$$
hesaplayiniz. Not: Bu notasyon,
$$\int\int_S (1,y,0).\mathbf{n},$$
demektir.
5. (15) S yuzeyi, $[-1,1]\times[-1,1]\times[-1,1]$'nin siniri olsun ve disariaya giden normal vektor kullanarak orientasyon veriniz. Asagidaki fluks integrali,
$$\int_{\partial S} (2x^2-y, yz, xz^2).dS,$$
hesaplayiniz.
6. (15) C egrisi $\partial B(0,1)\subset\mathbb{R}^2$ olsun ve saat yelkovanin yonunde yonderilimis olsun.
$$\int_C xy^2dx + yx^2dy,$$
hesaplayiniz.
7. (10) C $x^2+y^2+z^2=a^2$ ve $x^2+y^2+z^2=b^2$ arasinda herhangi bir egri olsun. O zaman,
$$\int_C 5r^3\mathbf{r}.\mathbf{T}ds = b^5-a^5,$$
oldugunu ispatlayiniz. Burada, $\mathbf{r}=x\hat{i}+y\hat{j}+z\hat{k}$'tir.
8. (10) S yuzey $y^2+z^2\leq 1$ ve $x=-1$ ve $x=1$'nin sinir olsun.
$$\int_S x^2y^2z^2d\sigma,$$
hesaplayiniz.