

Analiz IV : Vize I

1. (10 puan) $E \subset \mathbb{R}^n$ sonlu bir kume olsun. Onun Jordan bolge oldugunu ispatlayiniz.
2. (15 puan) Degisken degislik formula kullanarak,

$$\int_E \cos \left(\frac{x-2y}{x+2y} \right) .$$

hesaplayiniz. Burada E , $x+2y+1, x=0, y=0$ ile sinirli alandır.

3. (15 puan) $S = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, x \leq 0, y \geq 0, z \leq 0\}$ $\mathbb{R}^3$ icindeki topun bir kisim olsun.

$$\int_S xyz,$$

hesaplayiniz.

4. (10 puan) $H = \{(\cos(x), \sin(x), x) : x \in [-10, 10]\}$ bir heliks olsun. Onun yogunluk,

$$\phi(\cos(x), \sin(x), x) = x^2,$$

sekinde verilmiş olsun. O zaman onun agirlik ne kadardir?

5. (15 puan) Polar ko-ordinatlar ile verilmiş $r = \theta, 0 \leq \theta \leq 4\pi$ ciziniz. Bu spiral denir. Bunun yay uzunlugu ne kadardir?
6. (10 puan) $x^2 + y^2 = a^2$ ve $x^2 + z^2 = z^2$ 'nin kesisimin hacim nedir?
7. (15 puan) $B_4^3 := \{(x, y, z) : x^4 + y^4 + z^4 \leq 1\}$ 'nin bir Jordan oldugunu ispatlayiniz.
8. (10 puan) $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ surekli olsun. Eger her Jordan alan E icin,

$$\int_E f = 0,$$

ise, $f \equiv 0$ oldugunu ispatlayiniz.