

Alıştırmalar

Aksiyomatik Kümeler Kuramı

David Pierce
Matematik Bölümü, MSGSÜ

2 Ocak 2020

Alıştırma 1. Cantor normal biçimleri bulun:

- | | |
|--|---|
| a) $\omega^{\omega^{\omega \cdot 2 + \omega^{17}}} \cdot 5 + \omega^{\omega^5} \cdot 14 + \omega^{\omega^\omega + \omega^{17}} \cdot 6 + \omega + 317$ | |
| b) $(\omega^2 \cdot 4 + \omega \cdot 2 + 5) \cdot (\omega^{\omega \cdot 3} \cdot 16 + \omega^2 \cdot 7 + \omega \cdot 8 + 87)$ | |
| c) $(\omega^{\omega \cdot 2} \cdot 4 + \omega \cdot 2 + 5) \cdot (\omega^{\omega \cdot 3} \cdot 16 + \omega^2 \cdot 7 + \omega \cdot 8 + 87)$ | |
| d) $(\omega^{\omega \cdot 2} \cdot 4 + \omega \cdot 2 + 5) \cdot (\omega^{\omega^3} \cdot 16 + \omega^2 \cdot 7 + \omega \cdot 8 + 87)$ | |
| e) $(\omega + 5)^2$ | h) $(\omega^\omega)^{\omega^\omega}$ |
| f) $9^{\omega+2}$ | i) $(\omega^{\omega^\omega})^{\omega^\omega}$ |
| g) $(\omega + 5)^{\omega+2}$ | j) $6^{\omega^{1330}}$ |

Alıştırma 2. Çözün:

- a) $\xi + \omega^2 + \eta = 15 + \omega^2 + 16$
- b) $\xi \cdot \omega + \eta \cdot \omega = (\xi + \eta) \cdot \omega$

Alıştırma 3. Çözün.

a) $\aleph_1 \oplus \aleph_\xi = \aleph_3$

b) $\aleph_\xi \otimes \aleph_\omega = \aleph_\omega$

c) $(\aleph_\omega \oplus \aleph_{\omega^2}) \otimes \aleph_{\omega \cdot 3} = \aleph_\xi$

d) $(\aleph_\alpha)^{\aleph_\alpha} = 2^{\aleph_\xi}$

e) $\text{kard}(\mathcal{P}(\aleph_\xi)) = 2^{\aleph_{\omega+1}}$

f) $\text{kard}(\omega^{\omega^\omega} + \omega^\omega + \omega + 75) = \aleph_\xi$

Alıştırma 4. Her kümenin kardinali, \aleph_α veya \beth_α biçiminde yazın.

a) Sayılabilir ordinallerin oluşturduğu küme

b) \mathbb{R} 'nin sonlu altkümelerinin oluşturduğu kümec) \mathbb{R} 'nin sayılabilir altkümelerinin oluşturduğu kümed) \mathbb{R} 'nin sayılamaz altkümelerinin oluşturduğu kümee) $\sup\{\aleph_0, \aleph_0^{\aleph_0}, \aleph_0^{\aleph_0^{\aleph_0}}, \aleph_0^{\aleph_0^{\aleph_0^{\aleph_0}}}, \dots\}$ f) $\sup \{\omega, \omega^\omega, \omega^{\omega^\omega}, \dots\}$ g) $\aleph_3 \oplus \aleph_5$ h) $\aleph_5 \otimes \aleph_3$ i) $\aleph_{2 \cdot \omega} \oplus \aleph_{\omega \cdot 2}$ j) $(\aleph_2 \oplus \aleph_3) \otimes (\aleph_\omega \oplus \aleph_{16})$ k) $\aleph_\omega \oplus \aleph_{\omega^\omega}$ l) $\aleph_{\omega^\omega} \otimes \aleph_\omega$ m) $\mathcal{P}(\mathbb{R})$ n) ${}^\omega \mathbb{R}$ o) $(\aleph_0)^{\aleph_0}$ p) $(\beth_0)^{\beth_0}$ q) $(\beth_1)^{\beth_1}$ r) $(\aleph_1)^{\beth_1}$ s) $(\aleph_{\omega^2 \cdot 3 + \omega})^{\beth_{\omega^\omega}}$ t) $(\beth_{\omega+1})^{\beth_\omega}$ u) $\mathcal{P}(\beth_\omega)$