
Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi, Matematik Bölümü
Mat 472: Cebirde Seçme Konular, İkinci Arasnav, 14 Mayıs 2012

Ad Soyad:

Notlar: 1. 2. 3. 4. 5. 6. Σ . /40

Yanıtlarınızı mutlaka açıklayınız. İyi şanslar.

1. (10 puan) Her $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ için aşağıdaki cümlelerin doğru olup olmadığını yazınız, iddianızı kanıtlayınız.

(a) A köşegenlenebilir ancak ve ancak A 'nın rasyonel formu köşegendir.

(b) A köşegenlenebilir ancak ve ancak A 'nın Jordan formu köşegendir.

2. (5 puan) \mathbb{F} bir cisim ve $A \in \mathbb{F}^{n \times n}$ nilpotent ve köşegenlenebilir bir matris ise, A hakkında ne diyebilirsiniz?

3. (5 puan) $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, $A^{1002} = A^2$ ve $A^{1000} \neq I$ ise, A hakkında ne diyebilirsiniz?

4. (8 puan) Bir A matrisi için, $\Delta_A(x) = (x - 1)(x - 3)^2$ ve $\delta_A(x) = (x - 1)(x - 3)$ olsun.
- (a) A tersinir mi? Tersinirse A^{-1} , A cinsinden bulunabilir mi?

(b) $A^2 + 3I$ matrisinin özdeğerleri ve özuzayları, A 'nın kiler cinsinden hesaplanabilir mi?

(c) $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 8 \end{bmatrix}$ ise, $B^{-1}AB$ 'nin özdeğerleri ve özuzayları, A 'nın kiler cinsinden hesaplanabilir mi?

(d) A 'nın invaryant faktörleri bulunabilir mi?

5. (6 puan) \mathbb{R}^3 üzerindeki her doğrusal dönüşümün orijinden geçen bir doğruyu (küme olarak) sabit bıraktığını kanıtlayınız.

6. (6 puan) $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ köşegenleştirilemez bir doğrusal dönüşüm olsun. Eğer $\text{Im}(T) = \langle (1, 4, -1), (0, 3, 7) \rangle$ ve $\text{iz}(T) = 4$ ise, T 'nin bir matris gösterimini yazın.