

Alıştırmalar IV

1. $1^5 + 2^5 + \dots + 99^5 + 100^5$ sayısının 4 ile bölümünden kalan kaçtır?
2. Doğru mu, yanlış mı? Eğer $a^2 \equiv b^2 \pmod{n}$ ise, $a \equiv b \pmod{n}$ veya $a \equiv -b \pmod{n}$.
3. $n = \text{okek}(n_1, n_2)$ olsun. Eğer $a \equiv b \pmod{n_1}$ ve $a \equiv b \pmod{n_2}$ ise, $a \equiv b \pmod{n}$ olduğunu gösteriniz.
4. 3^{100} sayısının birler basamağını hesaplayınız.
5. Her tam sayı a için, a ve a^5 'in birler basamağının aynı olduğunu gösteriniz.
6. Her tek sayı a ve $n \geq 1$ için, $a^{2^n} \equiv 1 \pmod{2^{n+2}}$ olduğunu gösteriniz. (İpucu: n üzerinden tümevarım uygulayın.)
7. Eğer mod n 'de, $ab \equiv cd$, $a \equiv c$ ve $\text{obeb}(a, n) = 1$ ise, $b \equiv d$ olduğunu gösteriniz.
8. Eğer $a \equiv b \pmod{n_1}$, $b \equiv c \pmod{n_2}$ ve $d = \text{obeb}(n_1, n_2)$ ise, $a \equiv c \pmod{d}$ olduğunu gösteriniz.
9. N , t tabanına göre $a_m \dots a_1 a_0$ şeklinde yazılmış olsun. Bu durumda, $t - 1 \mid N$ ancak ve ancak $t - 1 \mid a_m + \dots + a_0$ olduğunu gösteriniz.
10. 495 sayısı $273x49y5$ sayısını bölüyorsa, x ve y değerlerini bulunuz. (İpucu: $495 = 5 \cdot 9 \cdot 11$)
11. 3'ten büyük her p asal sayısı için, $10^{2p} - 10^p + 1$ 'in 13'e bölündüğünü gösteriniz. (İpucu: Önce $10^6 \equiv 1 \pmod{13}$ olduğunu gösterin. Ayrıca, p , 3'ten büyük bir asalsa, $p = 6k + 1$ veya $p = 6k + 5$ olması gerektiğine dikkat ediniz.)
12. $x \equiv 5 \pmod{6}$, $x \equiv 7 \pmod{15}$ sisteminin çözümünün olmadığını kanıtlayınız.
13. Eğer $x \equiv a \pmod{n}$ ise, $x \equiv a \pmod{2n}$ veya $x \equiv a + n \pmod{2n}$ olduğunu gösteriniz.
14. 2, 3, 6, 12'ye bölündüğünde sırası ile 1, 2, 5, 5 kalanları veren iki sayı bulunuz.
15. $2 \mid a$, $3 \mid a + 1$, $4 \mid a + 2$, $5 \mid a + 3$, $6 \mid a + 4$ koşullarını sağlayan en küçük $a > 2$ değerini bulunuz.