
Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi, Matematik Bölümü
Mat 111: Sayılar Kuramına Giriş, İkinci Arasnav, 13 Aralık 2011

Ad Soyad:

Notlar: 1. 2. 3. 4. 5. B. Σ. /45

Tüm değişkenler tam sayıdır. Bölenler 0 değildir. Obey'i alınan sayılardan en az biri 0'dan farklıdır. Yanıtlarınızı mutlaka açıklayın. İyi şanslar.

1. (4+4 puan) (a) Öklid algoritmasını kullanarak $\text{obeb}(450, 588) = 6$ olduğunu gösterin.

- (b) $450x + 588y = 42$ denkleminin kaç tam sayı çözümü vardır? Yanıtınızı açıklayın.

2. (5 puan) Bu sourda, p bir asal sayı olmak üzere, $\text{obeb}(a, b) = p$ ise, $\text{obeb}(a + b, ab)$ 'nin alabileceği tüm değerleri bulun. İddianızı kanıtlayın.

3. (5 puan) Hangi ikiz asal sayı çiftlerinin toplamı 12'ye tam olarak bölünür? İddianızı kanıtlayın.

4. (4x3 puan) Bu soruda $n > 1$ olsun. (a) şikkını kanıtlayın, (c)'deki ifadeye karşı örnek bulun.

(a) $a \equiv b$ ve $c \equiv d \pmod{n}$ ise, $a + c \equiv b + d \pmod{n}$.

(b) (a) şikkındaki cümlemin karşıt-tersini yazın. Yalnızca (a) şikkındaki cümlemin doğru olduğu bilgisini kullanarak, yazdığımız cümlemin doğru mu yanlış mı olduğuna karar verebilir misiniz? Neden?

(c) $a \equiv b \pmod{n}$ ise, her c için, $c^a \equiv c^b \pmod{n}$.

(d) (c) şikkındaki cümlemin değilini yazıp, sadeleştirin. Yalnızca (c) şikkındaki cümlemin yanlış olduğunu kullanarak, yazdığımız cümlemin doğru mu yanlış mı olduğuna karar verebilir misiniz? Neden?

5. (5+5 puan) Aşağıdaki cümlelerin tüm tam sayılar için doğru olmadığını gösterin. (Obeb'i alınan sayılardan en az biri 0'dan farklıdır.)

(a) Verilen iki a, b sayısı için $d = ax + by$ eşitliğini sağlayan x ve y tam sayıları bulunabiliyorsa, $d = \text{obeb}(a, b)$ olur.

(b) Bir tek sayı ile bir çift sayının obeb'i her zaman 1'dir.

Bonus. (5 puan) Gauss, babası ile ormanda yürürken babası ile arasında nasıl bir konuşma geçmiştir? Kısaça yazınız.