Ödev 5, Teslim tarihi : Nisan 16

1. **Surfaces of revolution:** $z = f(x)$ eğri $x - z$ düzlemde içinde olsun ve bunu pozitif çeyrek düzlem içinde olduğunu varsayalım. Bunu z eksenin etrafinda çevirek, çıkan yüzey *surface of revolution* denir. Bunun için uygun bir parametrizasyon bulup birinci temel formu hesaplayınız.

2. **Tangent developables:** $\gamma \subset \mathbb{R}^3$ bir düzgün regular eğri olsun. O zaman her noktadaki teğet doğrularin birleşim bir *tangent developable* denir. Heliks $\gamma(t) = (\cos(t), \sin(t), t)$, $t \in \mathbb{R}$ ise, onun tangent developable nedir? Uygun bir parametrizasyon verip, bir tangent developable'nın birinci temel formu hesaplayınız. Her tangent developable'nın düzlemin bir küme ile yerel izometrk olduğunu kanıtlayınız.

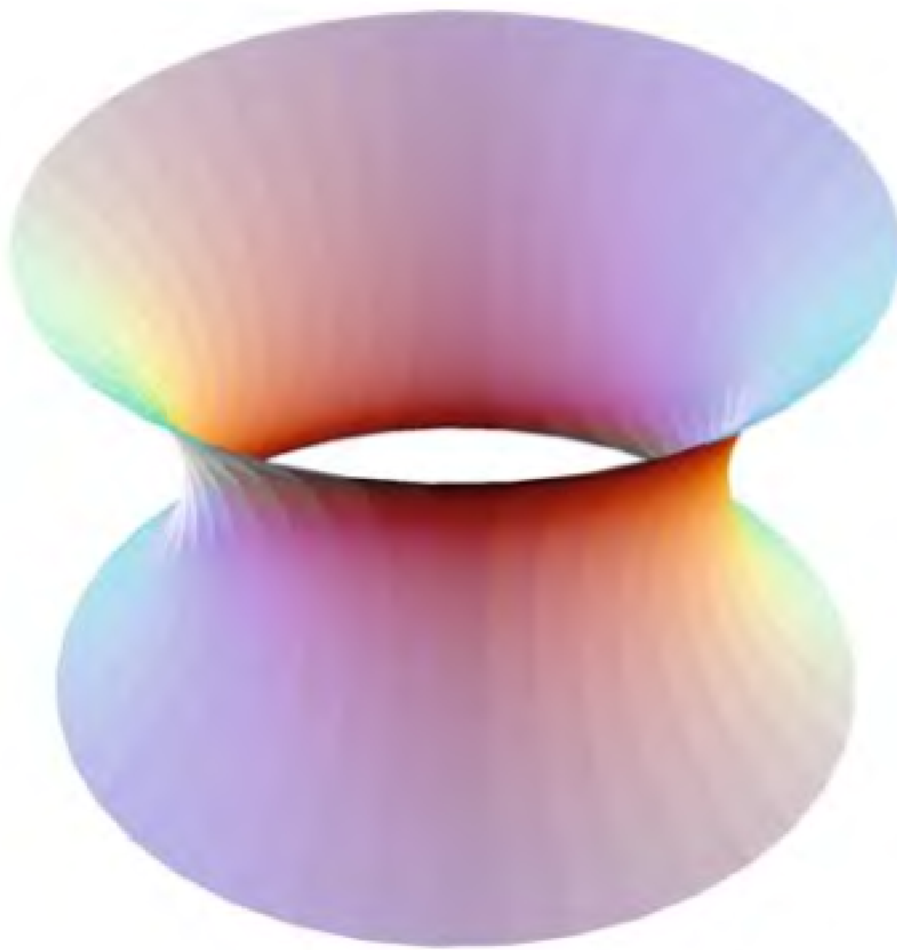
3. *Enneper's surface* şoyle tanımlanır,
$$\sigma(u, v) = \left(u - \frac{u^2}{3} + uv^2, v - \frac{v^2}{3} + vu^2, u^2 - v^2\right).$$
Bu parametrizasyonun açıları koruduğunu kanıtlayınız.

4. Archimedes'ın teoremi kullanarak,
$$\{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1,\, x + y + z \geq 0, \quad x - 2y - 3z \leq 0\},$$
yüzey parçasının yüzey alan hesaplayınız.

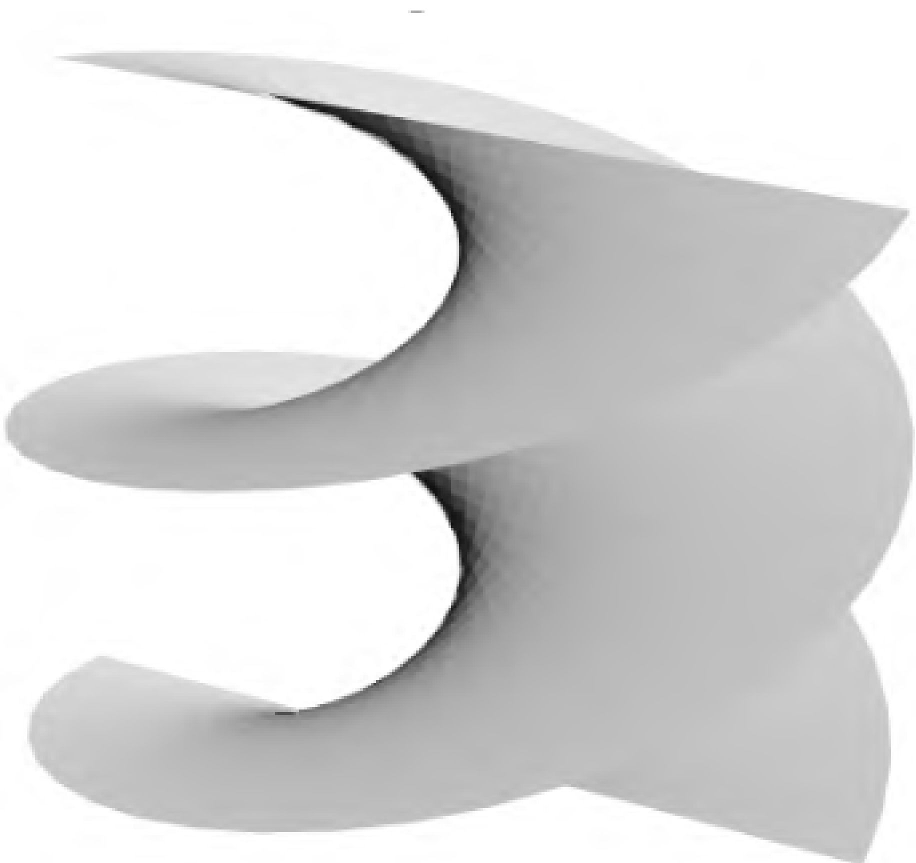
5. *Paraboloid*,
$$z = x + 2 + y^2,$$
nın Gauss dönüşümün görüntüsü hesaplayınız. Onun Weingarten dönüşüm hesaplayınız. Onun *Gaussian eğriliği* nedir? (Son iki hesaplamar sizin seçtğiniz parametrzasyon ile alakalı).

6. $z = \cosh(z)$ eğrisi z eksen etrafinda cevirsek çıkan yüzey *Catenoid* denir. Bunun için uygun bir parametrizasyon bulup, birinci ve ikinci temel förmlar, Gaussian eğrilği ve Weingarten dönüşüm hesaplayınız.

7. Aşağıdaki parametrizasyon olan yüzey
$$\sigma(u, v) = (v \cos(u), v \sin(u), u),$$
Helicoid denir. Bunun için uygun bir parametrizasyon bulup, birinci ve ikinci temel förmlar, Gaussian eğrilği ve Weingarten dönüşüm hesaplayınız.



Şekil 1: Catenoid : Bu resim Pressley'deki kitaptan alınmıştır.



Şekil 2: Helioid : Bu resim Pressley'deki kitaptan alınmıştır.