

Ödev 4, Teslim tarihi : Mart 26

1. Bir yapraklı hiperboloid şu şekilde tanımlıdır,

$$\mathcal{S} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 - z^2 = 1\}.$$

Her θ için,

$$x, y, z \mid (x - z) \cos(\theta) = (1 - y) \sin(\theta), \quad (x + z) \sin(\theta) = (1 + y) \cos(\theta),$$

nın bir doğru verdiğini gösteriniz. Ayrıca bu doğrunun tamamen \mathcal{S} içinde olduğunu kanıtlayınız. Ve \mathcal{S} nin her noktasının tek böyle bir doğru üzerinde olduğunu kanıtlayınız. Bunu kullanarak \mathcal{S} tek bir chart ile ifade edilebileceğini kanıtlayınız.

2. yz düzlemde merkezi $(R, 0, 0)$ ve yarı çapı r olan ($r < R$) çember eğer z eksenine etrafında çevirsek çıkan yüzey torus denir. Bunu için bir düzgün regular atlas veriniz. (Düzgünlük ve regular özelliği) siz kontrol etmelisiniz.
3. Yukardaki torus için sizin verdiği atlas kullanarak birinci temel formu hesaplayınız.
4. Torus için her noktada teğet düzlem için formül yazınız.
5. S^2 için bunun bir düzgün regular chart olduğunu kanıtlayınız,

$$\sigma(u, v) = (\operatorname{sech}(u) \cos(v), \operatorname{sech}(u) \sin(v), \tanh(u)), \quad u \in (-\infty, \infty), \quad v \in (0, 2\pi).$$

Bunun görüntüsü nedir? Bunun birinci temel formu nedir. Not : Bu *Mercator* projeksiyon denir.