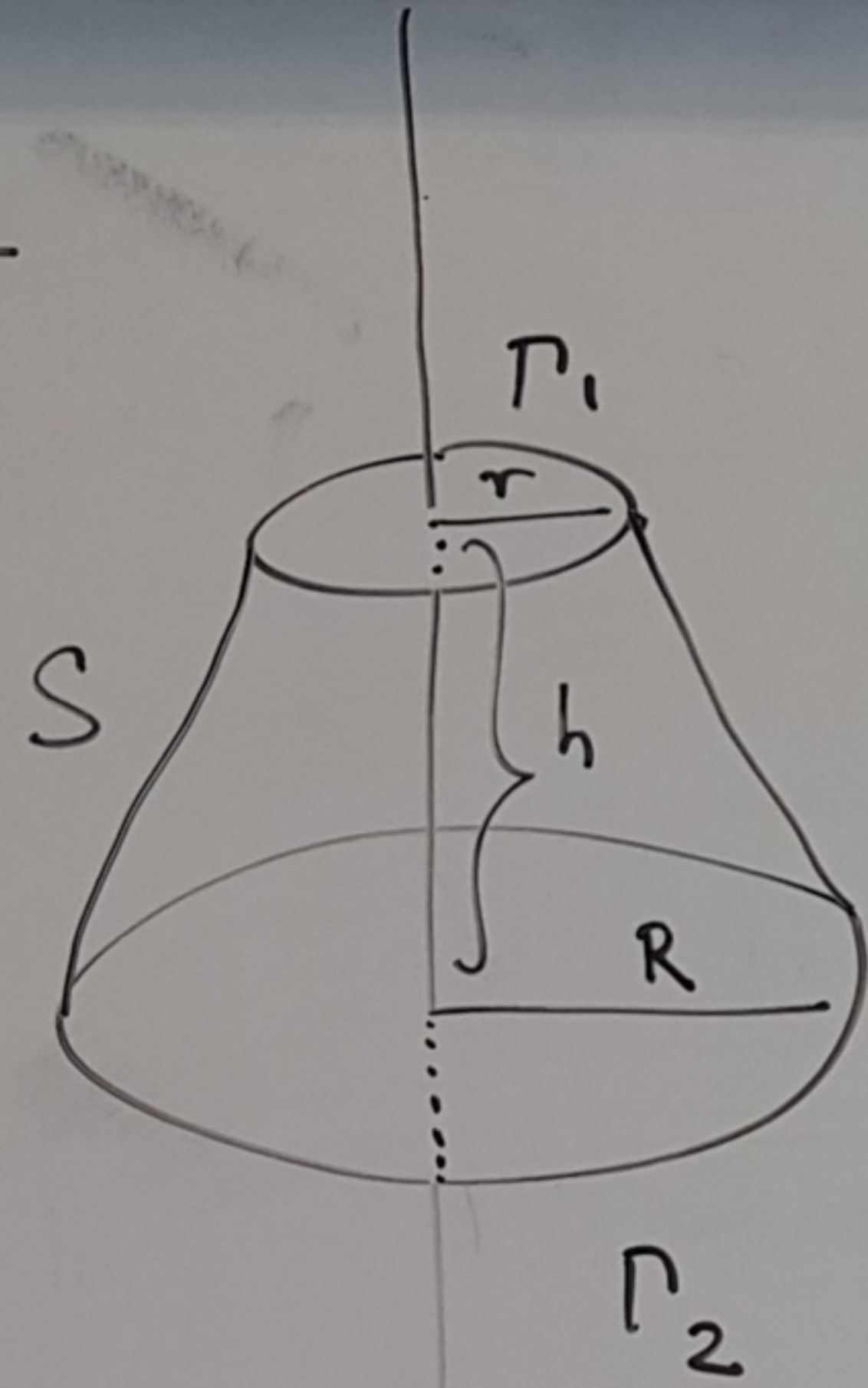


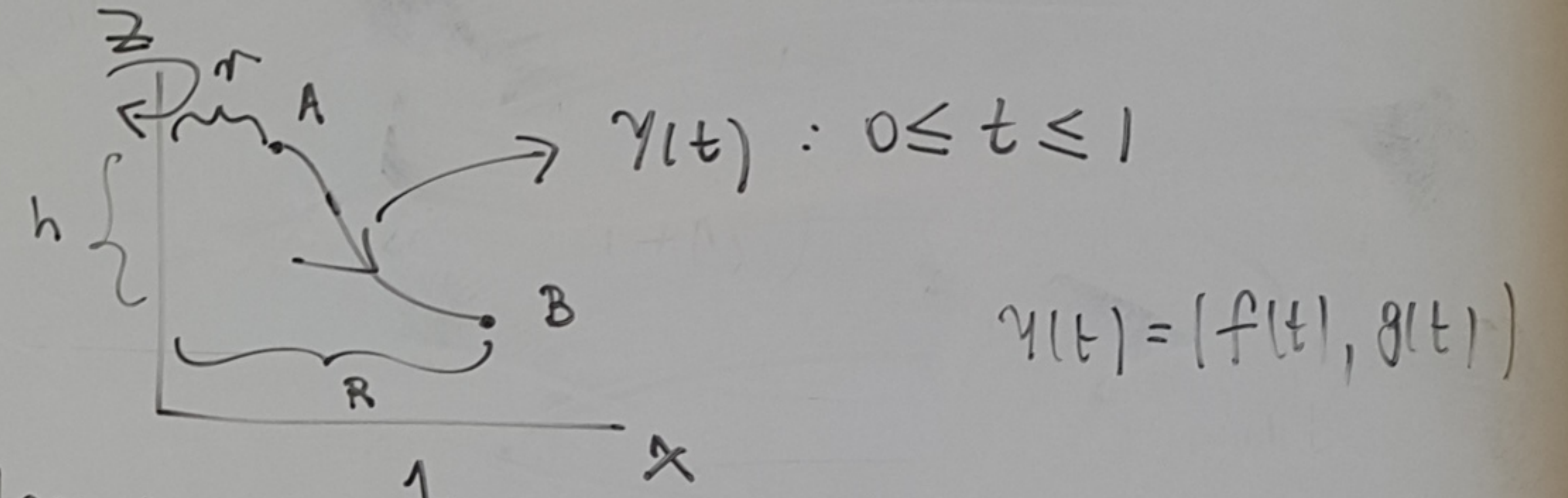
Soru



$P_1 \cup P_2$: Eğri
Sabun Suyu
içinde koyup
çıkartırsak, S
yüzey nasıl
bir şekil
alacak?

Fiziki kural : S öyle bir şekil
alacak ki onun yüzey alanı
minimum olacak.

Bu örnek için : S yüzey simetrik olacak.
 $\Rightarrow$ S bir çevrilmiş yüzey olacak.



S'nin yüzey alanı :
Yüzey Alan(S) = $2\pi \int_0^1 ||\dot{\gamma}(t)|| f(t) dt$

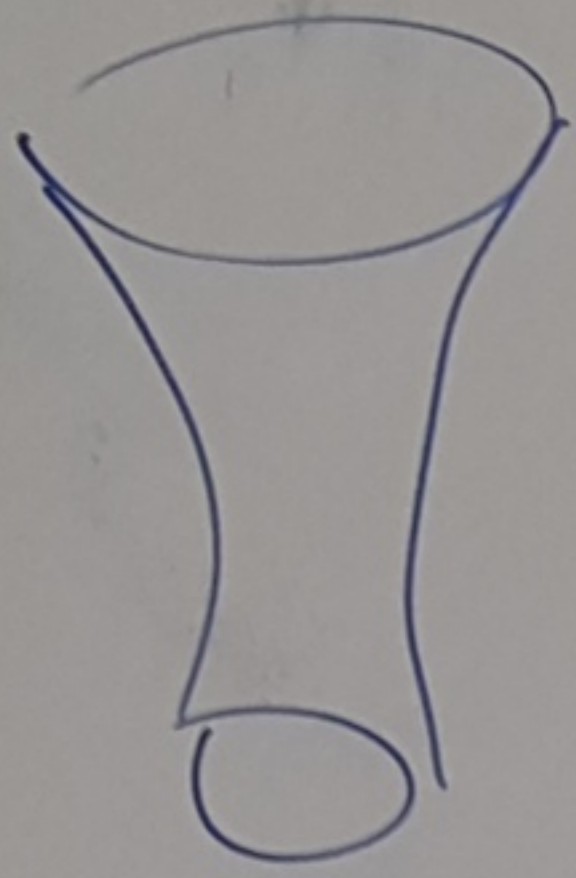
Soru:

$\hookrightarrow$ yay uzunluğu
öyle bir γ bulalım ki
 $\int_0^1 ||\dot{\gamma}(t)|| f(t) dt$
minimum

minimum

Tanım

S : Yüzey Eğer her noktada onun ortalama eğriliği ($Tr(\mathcal{W})$) sıfır ise, S minimal yüzey denir.



$$\mathcal{W} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_I & F_{II} \end{bmatrix}$$

$$\det(\mathcal{W}) = K$$

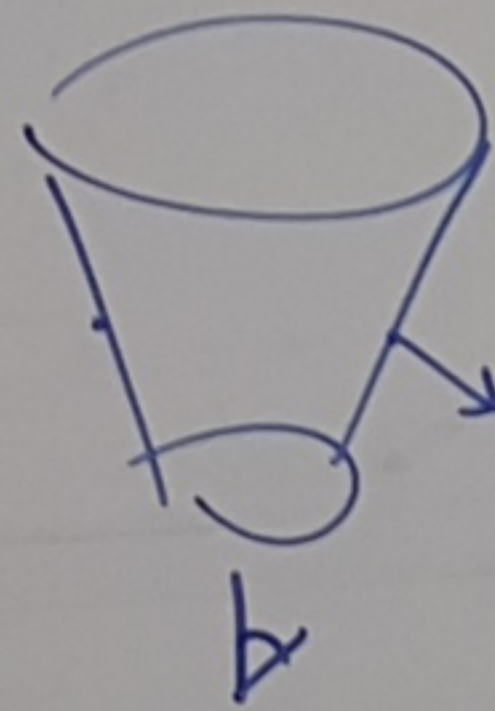
$$Tr(\mathcal{W}) = \cdot$$

Soru b) Catenoid

$$\sigma(u, v) = (\cosh u \cos v, \cosh u \sin v, u)$$

Bunun Minimal Yüzey olduğunu gösteriniz.

a)



$$\sigma(u, v) = (u \cos v, u \sin v, u)$$

Bunun Minimal olmadığını gösteriniz.

Cevap

b)

$$\sigma_u = (\cos v, \sin v, 1)$$

$$\sigma_v = (-u \sin v, u \cos v, 0)$$

(2)

Birinci Temel formu : $2 du^2 + u^2 dv^2$

$$\langle \sigma_u, \sigma_u \rangle = 2$$

$$\langle \sigma_u, \sigma_v \rangle = 0$$

$$\langle \sigma_v, \sigma_v \rangle = u^2$$

İkinci Temel formu

$$\bar{N} = \frac{\sigma_u \times \sigma_v}{\|\sigma_u \times \sigma_v\|}$$

$$\sigma_{uu} = 0$$

$$\sigma_{uv} = (-\sin v, \cos v, 0)$$

$$\sigma_{vv} = (-u \cos v, -u \sin v, 0)$$

$$\bar{N} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos v, \frac{1}{\sqrt{2}} \sin v, -\frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

$$L = \sigma_{uu} \cdot \bar{N} = 0$$

$$M = \sigma_{uv} \cdot \bar{N} = 0$$

$$N = \sigma_{vv} \cdot \bar{N} = -u\sqrt{2}$$

$$-u\sqrt{2} dv^2$$

$$F_I = \begin{bmatrix} E & F \\ F & G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & u^2 \end{bmatrix}$$

$$F_{II} = \begin{bmatrix} L & M \\ M & N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -u\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{W} &= \{\sigma_u, \sigma_v\} \\ F_I^{-1} F_{II} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{u^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -u\sqrt{2} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\sqrt{2}}{u} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\text{eigenvalues}(\mathcal{W}) = (\text{Temel eğrilikler})$$

$$= \left\{ 0, -\frac{\sqrt{2}}{u} \right\}$$

$$k \equiv 0$$

ortalama eğriliği $\neq 0 \rightarrow$ Minimal Yüzey değil.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{F_u + G_v}{2} \right) = \frac{1}{2} (F_v u^2 + 2F_v u v + G_v v^2)$$

$$\begin{aligned} F &\equiv 1 \\ F &\equiv 0 \\ G &= f(u) \end{aligned}$$

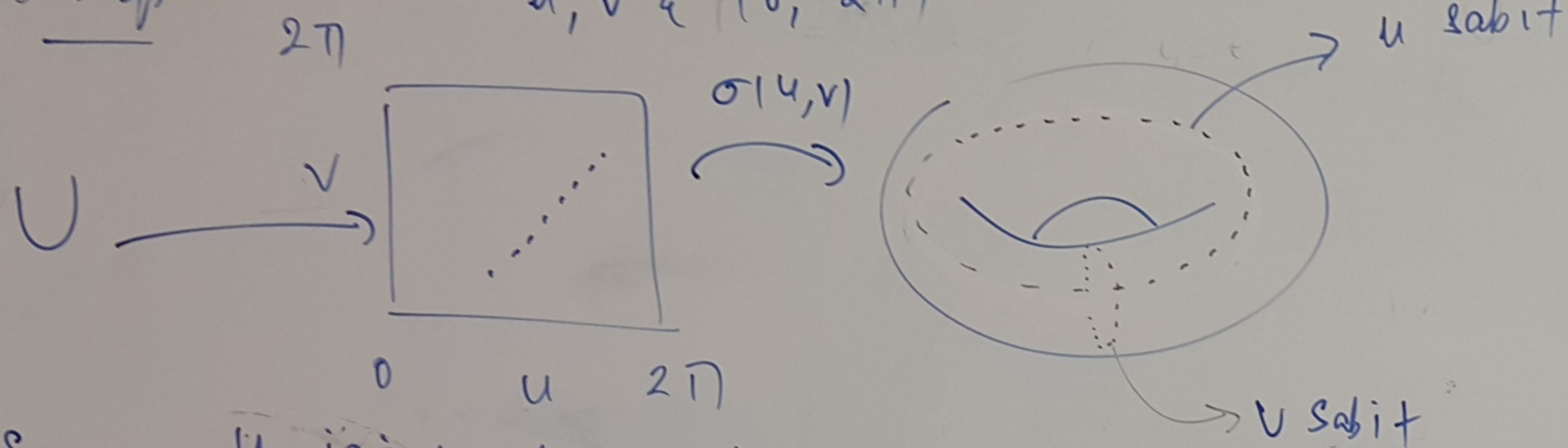
Soru 2

$$\sigma(u, v) = ((a + b \cos u) \cos v, (a + b \cos u) \sin v, b \sin u)$$

Geodezikler ?

Cevap

$$u, v \in (0, 2\pi)$$



Soru : u içinde doğru parçaların geodeziklere gider mi?

$$\frac{d}{dt} (F\dot{u} + F\dot{v}) = \frac{1}{2} (F_u \dot{u}^2 + 2F_{uv} \dot{u}\dot{v} + G_u \dot{v}^2)$$

$$\frac{d}{dt} (F\dot{u} + G\dot{v}) = \frac{1}{2} (F_v \dot{u}^2 + 2F_{v\dot{u}} \dot{u}\dot{v} + G_v \dot{v}^2)$$

$$u = \alpha + \beta t$$

$\alpha, \beta, \gamma, \delta$ Sabit ④

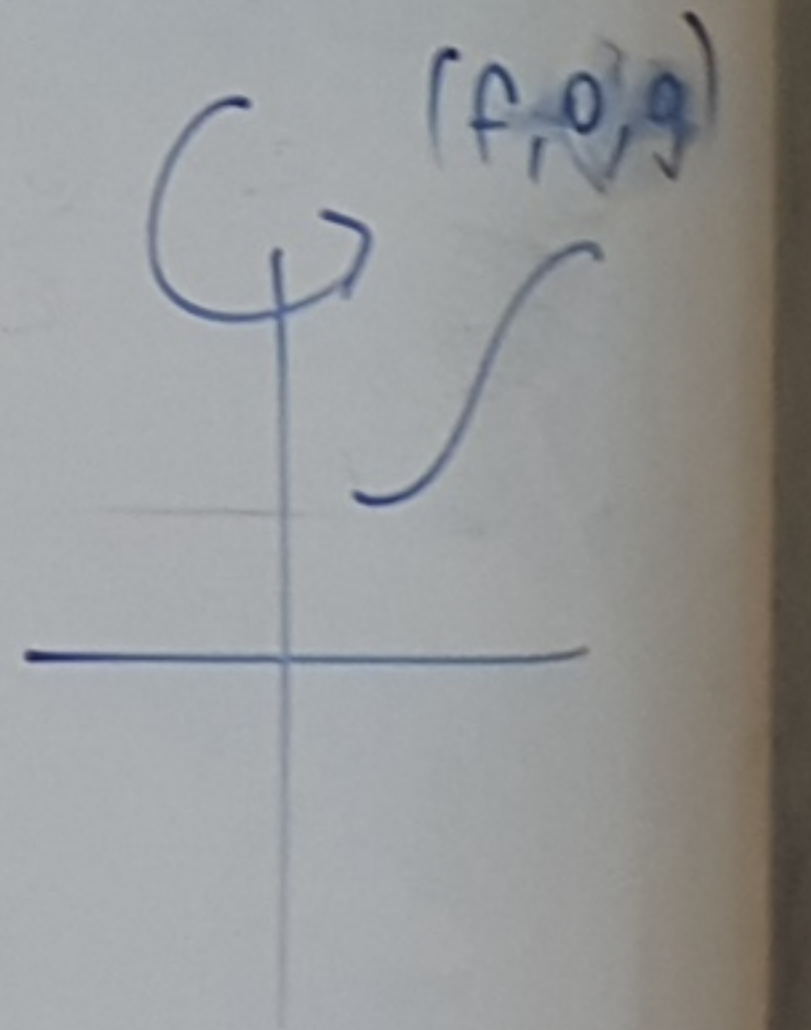
$$v = \gamma + \delta t$$

$$\tilde{\gamma}(t) = \sigma(\alpha + \beta t, \gamma + \delta t)$$

Geodezik denklemleri

$$\frac{d}{dt} \left(\dot{u} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{d^2}{du^2} \dot{u}^2 \right)$$

$$\frac{d}{dt} (f(u) \dot{v}) = 0$$



$$\gamma(t) = \sigma(u(t), v(t))$$

$$(f(u) \cos v, f(u) \sin v, g(u))$$

$$du^2 + 2f(u) dv^2$$

$$F = 1$$

$$F = 0$$

$$G = f(u)$$