Milet'te 24 Eylül 2016 günü verilmiş bir konuşma

Thales

Kanıt kavramının öncüsü olarak

David Pierce

4 Kasım 2016 günü düzeltilmiş

Matematik Bölümü
Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi
dpierce@msgsu.edu.tr
http://mat.msgsu.edu.tr/~dpierce/

İçindekiler

Şekil Listesi

1 Bir kanıt

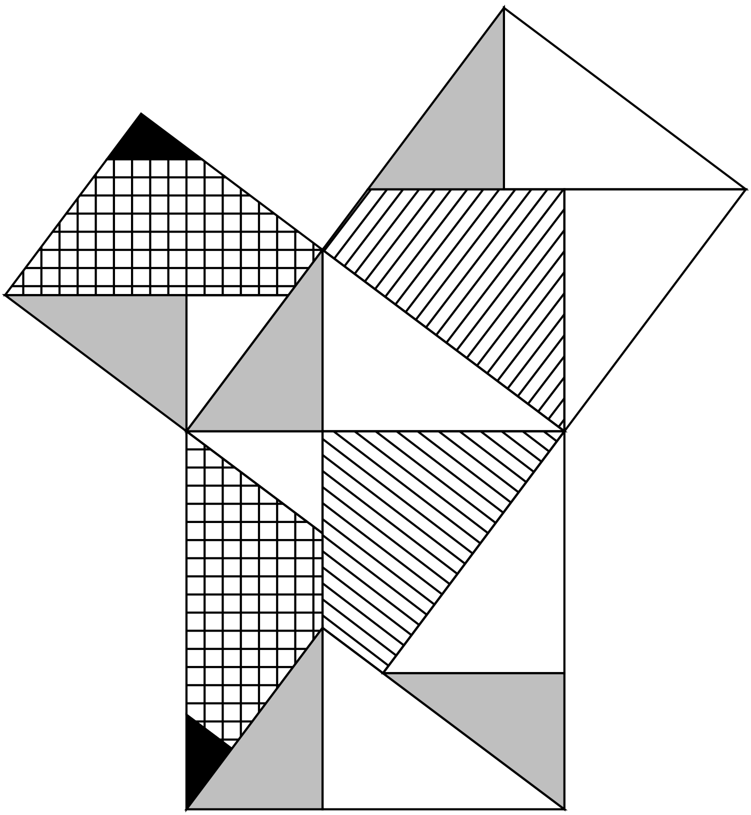
1.1 Herodot

Türkiye'ye ilk geldiğimde rehberim **Halikarnaslı Herodot'tu** [7]. Herodot Thales'ten bir yüzyıl sonra yaşadığı halde Herodot'tan Thales'in yaşamı hakkında bir şeyler öğrenebiliriz.

Örneğin öğle yemeğimizde bize verilmiş bir kağıda göre Thales, Milâttan önce 625 yılında doğdu. Herhalde bu yıl Herodot'tan elde edilmiş. Herodot'a göre bu topraklarda, Lidyalılar ve Medler savaşıyordu, ve altı yıl sonra, bir **güneş tutulması** oldu. Savaşanlar korktular, savaşı bırakıp barıştılar. Herodot'a göre Thales, güneş tutulmasını önceden bildirmişti [8, I.74]. Bugün bu tutulmanın milâttan önce 585 yılında olduğunu biliyoruz [6, sayfa 15, not 3]. Thales o yıl 40 yaşında olsa, 625 yılında doğmuştur.

1.2 Pisagor Teoremi

Bildiğiniz gibi başlığım, **Kanıt kavramının öncüsü olarak Thales.** İlk olarak bir kanıt örneği vereceğim, ama Thales'in kanıtı değil, Öklid'in. Posterde Pisagor Teoremi için bir kanıt var. (Şekil 1'e bakın.) Resimde renkli üçgenler, dörtgenler, ve beşgenler var, ama bunlar 3 kareyi ve bir büyük dik üçgeni oluşturur. Kareler, büyük üçgenin kenarlarına konulmuştur. En büyük kare, üçgenin dik açısının karşısında, ve iki dikdörtgene bölünür. Soldaki dikdörtgen 4 parçaya bölünür, ve sol-



Şekil 1: Pisagor Teoremi için Öklid'in kanıtı

daki kare de 4 parçaya bölünür, ve bu parçaların her biri birine eşittir. Bu durumda, soldaki kare ve dikdörtgen birbirine eşittir. Aynı nedenle sağdaki kare ve dikdörtgen eşittir. Sonuç olarak büyük kare, küçük karelerin toplamına eşittir. Böylece Pisagor Teoremi kanıtlanmıştır.

1.3 Eşitlik

Buradaki eşitlik, aynılık değildir. Resimdeki gibi bir kare ve bir dikdörtgen, birbiriyle aynı olmadan birbirine eşit olabilir. Bu durumda şekillerin *alanları* aynı sayılabilir; ama alan bir sayı değil, daha soyut bir şeydir.

Bugünkü = "eşittir" işaretinde, iki farklı ama eşit (ve paralel) doğru vardır [12]. *İnsan hakları evrensel beyannamesi*'ne göre

> **Kanun önünde herkes eşittir** ve farksız olarak kanunun eşit korumasından istifade hakkını haizdir.

Dilin eski olduğunu biliyorum, ama Birleşmiş Milletlerin web sayfasından aldım. Hepimiz birbirimizden farklıyız, ama bir şekilde birbirimize eşitiz.

1.4 Gerçek kanıt

Pisagor Teoreminin gerçek kanıtı resimde değil, aklımızdadır. Resmin kendisini sanat olarak görebiliriz. Bu durumda, birbirimizle aynı fikirde olmayabiliriz. Bir kişi resmi beğenebilir, başka bir kişi beğenmeyebilir. Ama bir kanıtın doğruluğu konusunda fikrimiz varsa, hepimiz aynı fikirde olmalıyız. Bir teorem anlamak istediğimiz durumda, eğer teoremin bir kanıtını size önersem, ve bunu kabul etmezseniz, ben tekrar düşünmeliyim.

2 Öklid

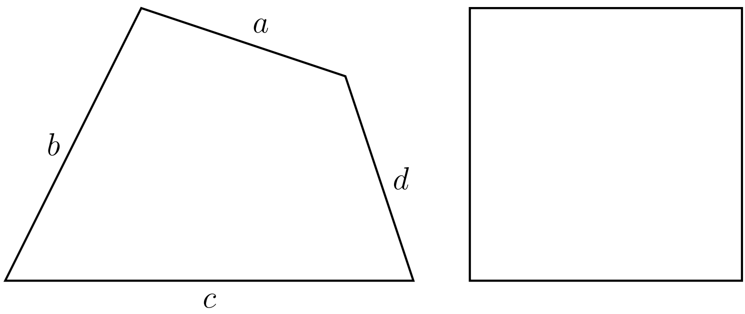
2.1 İki önerme

Bugüne kalan en eski matematiksel kanıtların çoğu, Öklid'in milâttan önce 300 yıl civarında yazdığı *Öğeler* adlı eserin 13 kitabındadır. Bugün, çalıştığım matematik bölümüne giren öğrenciler, *Öğeler*'in ilk kitabının önermelerini okuyup kanıtlarını birbirine anlatırlar [10]. Bu önermelerin en önemlilerinden biri, Pisagor Teoremidir. Diğerine göre, kenarları doğru olan her tarlanın alanı ölçülebilir. Dediğimiz gibi Öklid için bu alan bir sayı değil; burada bir dikdörtgendir. Kısaca **her çokgen bir dikdörtgene eşittir.** (Şekil 2'ye bakın.) Ayrıca bu dikdörtgen verilmiş bir doğru parçasında inşa edilebilir.

2.2 Mısırlılar

Öklid'den çok yüzyıl önce Mısırlılar, vergiler için tarlalarını ölçüyorlardı. Herodot'a göre Yunanlar, geometriyi Mısırlılardan öğrenmişler [8, II.109]. Aslında Yunanca'da **geometri, yeri ölçmek demektir.** Ama Mısırlıların kullandığı kurala göre dört kenarlı bir tarlanın alanı, karşıt kenarların ortalamalarının çarpımıydı [5, sayfalar 232, 281]. Yani (Şekil 2'deki gibi) kenarlar sırasıyla a, b, c, ve d ise, o zaman dörtgenin alanı,

$$\frac{a+c}{2} \cdot \frac{b+d}{2}.$$



Şekil 2: Her çokgen bir dikdörtgene eşittir

Bu kural, tamamen doğru değil. Ama kural kanundu, ve Mısırlılar kanuna uydular.

2.3 Matematik

Bugünkü matematik öğrencileri aynı şekilde düşünebilirler. Hoca bir kural verir, ve öğrenciler kanun olarak kurala saygı gösterir. Bu matematik değil. Kısaca

1) özerk ve
2) evrenseldir.

Açıklamak gerekirse

1) bir önermenin doğruluğunu kendim için bilmeden ve
2) önermenin neden doğru olduğunu açıklayamadan

önermenin matematik olduğunu söyleyemem. Benzer şekilde

1) Bir önermenin doğruluğunu kabul etmenizi emredemem;
2) önermenin doğruluğu, kavga etmekten değil, konuşmak ve düşünmekten gelir. Dediğimiz gibi ilgilenen matematikçiler sonunda aynı fikirde olmalılar.

3 Thales

3.1 Dört teorem

Gördüğümüz gibi Thales, Öklid'den aşağı yukarı üç yüz yıl önce yaşamıştır. Herodot değil, ama başka eski yazarlara göre Thales, Öklid'in *Öğeler*'inde bulunan birkaç önermeyi biliyordu. Ayşe zaten biri hakkında konuştu. Ben Thales'in dört önermesi daha hakkında konuşmak isterim.

1.si, iki doğru kesiştiğinde ters açılar birbirine eşittir [11, 299.4].

2.si, ikizkenar bir üçgende tabandaki açılar birbirine eşittir [11, 250.20].

3.sü, bir daire, çapı, tarafından iki eşit parçaya bölünür [11, 157.11].

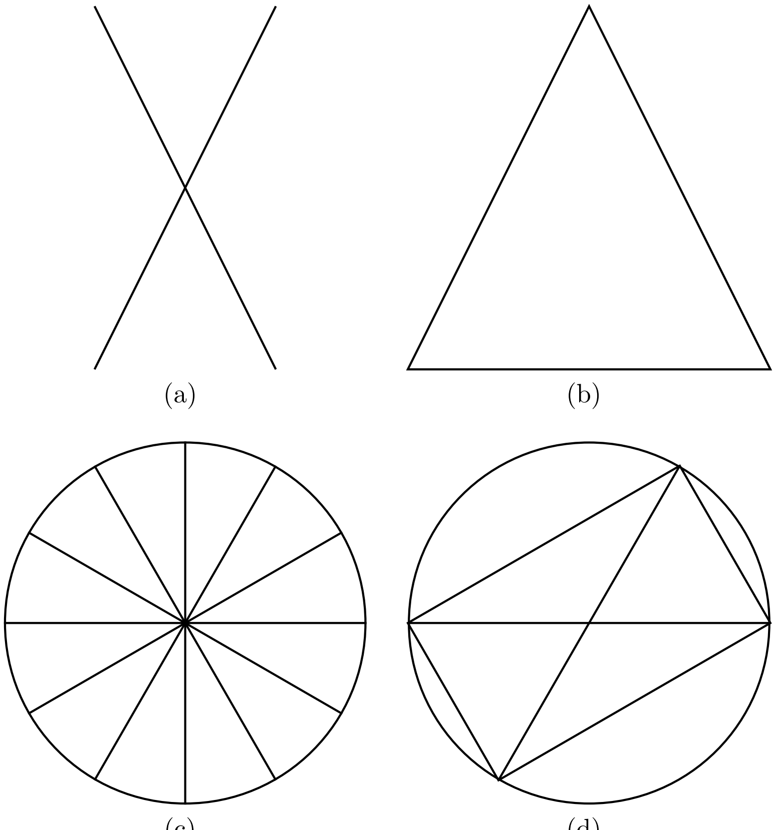
4.sü, Yarıçemberdeki açı diktir [4, I.24–5].

(Şekil 3'e bakın.)

(a) Neden ters açılar birbirine eşittir? Bir açıyı çevirirsek, kendisiyle çakışacak. Yani

$$\angle ABC = \angle CBA.$$

İki doğru bu şekilde kesişirse, ve solumdaki açıyı çevirirsem, alt açı üst açıyla çakışacak. Bu nedenle üst



Şekil 3: Thales'in teoremlerinden dördü

ve alt açılar eşittir. Kısaca *simetri* sayesinde teorem doğrudur.

Thales'in kanıtını bilmiyoruz. Belki bir kanıt vermedi. Ama simetriyle Thales'in diğer teoremlerini kanıtlayabiliriz.

(b) İkizkenar üçgeni bu şekilde çevirirsek, tabandaki açılar birbiriyle çakışır.

(c) Daireyi çapının etrafında çevirirsek, kendisiyle çakışır.

(d) Açı içeren yarıçemberi merkezinden çevirirsek, dörtgen içeren bir çember elde ederiz, ve bu dörtgenin tüm açıları birbirine eşittir, dolayısıyla diktir.

3.2 Deneme

Bazı önermeler, deneme ile kanıtlanabilir. Örneğin denememe göre, baş ağrım varsa, aspirin ağrıyı keser. Bu durumde denemem, aspirinin etkili olduğunun bir kanıtıdır. Ama bu kanıt, matematiksel bir kanıt değildir.

Ters açıların her zaman eşit olması, birkaç tane örnekten elde edilemez. Görebildiğimiz bir prensipten elde edilmeli. Bu prensibe "simetri" diyorum.

3.3 Dünyanın ilkesi

Aristo'ya göre Thales, tüm dünyanın arkasında, tüm dünyanın altında, tek bir tabanın, tek bir ilkenin olduğunu düşünmüş. Bu ilke için Thales'in verdiği isim suydu [1, I.3]. Bildiğimiz gibi su olmadan hiç bir şey yaşayamıyor [2, sayfa 31].

Thales'in gördüğümüz geometri önermelerinin arkasında tek bir ilke veya prensip vardır. Buna "simetri" dedim. Böyle prensipler bulmak, bir matematikçinin işidir. Bu şekilde Thales, ilk matematikçilerden biri sayılabilir.

Kaynakça

[1] Aristotle. *Aristotle XVII. The Metaphysics I. Books I–IX.* Number 271 in the Loeb Classical Library. Harvard University Press and William Heinemann Ltd., Cambridge, Massachusetts, and London, 1980. With an English translation by Hugh Tredennick. First printed 1933.

[2] R. G. Collingwood. *The Idea of Nature.* Oxford University Press, London, Oxford, and New York, paperback edition, 1960. First published 1945.

[3] Hermann Diels, editor. *Die Fragmente der Vorsokratiker.* Weidmannsche, 1960. Revised by Walther Kranz.

[4] Diogenes Laertius. *Lives of Eminent Philosophers.* Number 184 in the Loeb Classical Library. Harvard University Press and William Heinemann Ltd., Cambridge, Massachusetts, and London, 1959. Volume I of two. With an English translation by R. D. Hicks. First published 1925. Available from `archive.org` and `www.perseus.tufts.edu`.

[5] David Fowler. *The Mathematics of Plato's Academy: A new reconstruction.* Clarendon Press, Oxford, second edition, 1999.

[6] Thomas Heath. *Aristarchus of Samos: The Ancient Copernicus.* Clarendon Press, Oxford, 1913. A history of Greek astronomy to Aristarchus together with Aristarchus's treatise on the sizes and distances of the sun and moon: a new Greek text with translation and commentary.

[7] Herodotus. *The Histories.* Penguin Books, Harmondsworth, England, 1981. First published 1954. Translated by Aubrey de Sélincourt.

[8] Herodotus. *The Persian Wars, Books I–II*, volume 117 of *the Loeb Classical Library.* Harvard University Press, Cambridge, Massachu-

setts and London, England, 2004. Translation by A. D. Godley; first published 1920; revised, 1926.

[9] G. S. Kirk, J. E. Raven, and M. Schofield. *The Presocratic Philosophers.* Cambridge University Press, second edition, 1983. Reprinted 1985. First edition 1957.

[10] Öklid. *Öğelerin 13 Kitabından Birinci Kitap.* Matematik Bölümü, Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi, İstanbul, 4 edition, Eylül 2014. Öklid'in Yunanca metni ve Özer Öztürk & David Pierce'in çevirdiği Türkçesi.

[11] Proclus. *A Commentary on the First Book of Euclid's* Elements. Princeton Paperbacks. Princeton University Press, Princeton, NJ, 1992. Translated from the Greek and with an introduction and notes by Glenn R. Morrow. Reprint of the 1970 edition. With a foreword by Ian Mueller.

[12] Robert Recorde. *The Whetstone of Witte, whiche is the seconde parte of Arithmetike: containyng thextraction of Rootes: The* Coßike *practise, with the rule of* Equation: *and the woorkes of* Surde Nombers. Jhon Kyngston, London, 1557. Facsimile from `archive.org`, March 13, 2016.