Teoriler zincirleri

David PIERCE
Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi, Matematik Bölümü, Bomonti, Şişli 34380, İstanbul
dpierce@msgsu.edu.tr

Özet

Bir cismin cebirsel kapanışı, cisimler zincirinin bir bileşimidir. Bu bileşim, bir cisimdir, çünkü cisimler aksiyomları, $\forall\exists$ biçimindedir, örneğin $\forall x\ \exists y\ (x = 0 \lor xy = 1)$. İki-boyutlu vektör uzaylar aksiyomları, $\forall\exists$ biçiminde olamaz, çünkü bir 2-boyutlu vektör uzaylar zincirinin bileşimi, 1-boyutlu olabilir [8]. Ters olarak, eğer bir teorinin modelleri zincirinin her bileşimi, bu teorinin modeliyse, bu teoriye $\forall\exists$ aksiyomlar verilebilir [1, 4]. Örneğin sadece çarpma için bir işaret kullanarak bile grup teorinin aksiyomları, $\forall\exists$ biçiminde yazılabilir.

Bildiğime kadar *teoriler* zincirleri araştırmaları, Özcan Kasal [3] ve (bağımsız olarak) Alice Medvedev [5] tarafından başlatılmıştır. $T_0 \subseteq T_1 \subseteq T_2 \subseteq \cdots$, bir teoriler zinciri olsun. Eğer her T_k teorisi, modellerine göre tam (*model complete*) veya istikrarlı (*stable*) ise, $\bigcup_{k\in\omega} T_k$ bileşimi de aynıdır [6]. Ama her T_k teorisi çok istikrarlı (*superstable*) iken zincirin bileşimi, çok istikrarlı olmayabilir [6]; ve her T_k teorisinin model arkadaşı (model companion) olurken zincirin bileşiminin model arkadaşı olmayabilir [2]. Düşüneceğiz örneklerde T_k, ya k-konumlu lineer bağımsızlık işaretiyle vektör uzayları teorisi [8], ya da k tane değişmeli türevleme işaretiyle cisimler teorisidir [7]. Her durumda, modellerine göre tam ve istikrarlı olan yeni bir teori çıkar [2].

2010 AMS Konu Sınıflandırılması: 03C10, 03C60, 12H05, 13N15
Anahtar Kelimeler: chain of structures, chain of theories, model complete theory, stable theory.

Kaynaklar

[1] Chen Chung Chang, *On unions of chains of models*, Proc. Amer. Math. Soc. **10** (1959), 120–127. MR MR0103812 (21 #2576)

[2] Ö. Kasal and D. Pierce, *Chains of Theories and Companionability*, ArXiv e-prints (2013), `arXiv:1303.6759 [math.LO]`.

[3] Özcan Kasal, *Model theory of derivation spaces*, Ph.D. thesis, Middle East Technical University, Ankara, February 2010.

[4] Jerzy Łoś and Roman Suszko, *On the extending of models (IV): Infinite sums of models*, Fund. Math. **44** (1957), 52–60. MR MR0089813 (19,724c)

[5] Alice Medvedev, *$\mathbb{Q}$ACFA*, Talk given at Recent Developments in Model Theory, Oléron, France, `http://modeltheory2011.univ-lyon1.fr/abstracts.html`, June 2011.

[6] ———, *$\mathbb{Q}$ACFA*, preprint, `http://math.berkeley.edu/~alice/grouplessqacfa.pdf`, November 2012.

[7] David Pierce, *Fields with several commuting derivations*, ArXiv e-prints (2007), `arXiv:0708.2769 [math.LO]`, to appear in the Journal of Symbolic Logic.

[8] ———, *Model-theory of vector-spaces over unspecified fields*, Arch. Math. Logic **48** (2009), no. 5, 421–436. MR MR2505433