Analitik Geometri (MAT 104) Ara Sınavı Çözümleri

David Pierce

6 Nisan 2014

Problem 1. $ab = de$ ve $ac = df$ ise

$$b : c :: e : f$$

orantısını kanıtlayın. (Bundan önce kanıtladığımız teoremleri kullanabilirsiniz.)

Varsayımdan

$$a : d :: e : b, \qquad a : d :: f : c,$$

dolayısıyla

$$e : b :: f : c,$$
$$e : f :: b : c,$$

yani $b : c :: e : f$.

Problem 2. $0 < \ell < 2a$ ise

$$2b^2 = \ell a, \qquad c = a - \sqrt{a^2 - b^2}, \qquad d = \frac{ac}{\sqrt{a^2 - b^2}}$$

olsun. Sadece ℓ ve a uzunluklarını kullanarak $\dfrac{c^2}{d^2} - 1$ farkını en basit biçimde yazın.

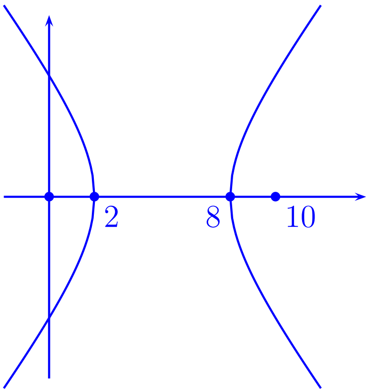
$$\begin{aligned}\frac{c^2}{d^2} - 1 &= \frac{c^2}{\left(\dfrac{ac}{\sqrt{a^2-b^2}}\right)^2} - 1 \\ &= \frac{a^2 - b^2}{a^2} - 1 = -\frac{b^2}{a^2} = -\frac{\ell}{2a}.\end{aligned}$$

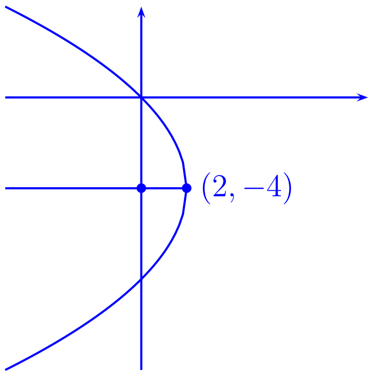
Problem 3. Dik xy eksenlerine göre, birim uzunluğunun seçildiği durumda, tabloyu doldurun ve koni kesitlerini çizin.

	$16x^2 + 256 = 9y^2 + 160x$	$8x + y^2 + 8y = 0$
ad	hiperbol	parabol
köşe(ler)	$(8, 0),\ (2, 0)$	$(2, -4)$
odak(lar)	$(10, 0),\ (0, 0)$	$(0, -4)$
eksen	$y = 0$	$y + 4 = 0$

$$
\begin{aligned}
& 16x^2 + 256 = 9y^2 + 160x \\
\iff\ & 16(x^2 - 10x + 25) - 400 + 256 = 9y^2 \\
\iff\ & 16(x-5)^2 - 9y^2 = 144 \\
\iff\ & \frac{(x-5)^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1,
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
8x + y^2 + 8y = 0 \iff\ & y^2 + 8y + 16 = 16 - 8x \\
\iff\ & (y+4)^2 = -8(x-2).
\end{aligned}
$$



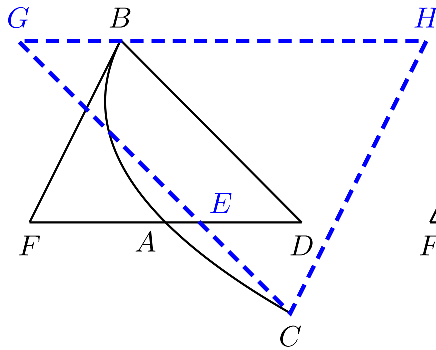


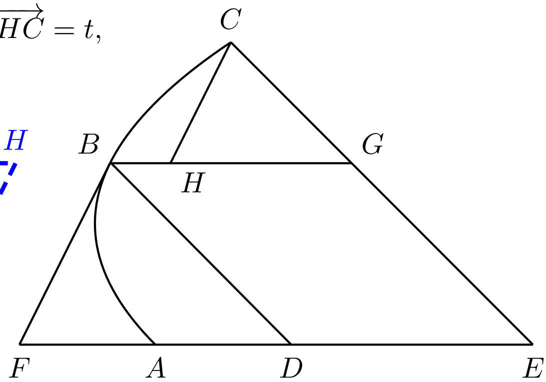
Problem 4. Şekillerde

- BAC (veya ABC) eğrisi, çapı AD ve köşesi A olan parabol,
- BD ve CE ordinat,
- $FA = AD$, ve
- $BG \parallel FE$, $CH \parallel BF$

olsun. Aşağıdaki işaretli uzunluklar tanımlansın:

$$\overrightarrow{AD} = a, \quad \overrightarrow{AE} = x, \quad \overrightarrow{BH} = s,$$
$$\overrightarrow{DB} = b, \quad \overrightarrow{EC} = y, \quad \overrightarrow{HC} = t,$$
$$\overrightarrow{FB} = c,$$





a) Soldaki şekli tamamlayın.

b) Küçük harfleri kullanarak $\overrightarrow{GH} =$ ____ $-x + a + s$ ____?

c) Sadece a, b, c, s, ve t uzunluklarını kullanarak x uzunluğunu yazın.

$$\overrightarrow{GH} = \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{BH} = \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{BH} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BH} = -x + a + s,$$

$$\overrightarrow{GH} : \overrightarrow{HC} :: \overrightarrow{DF} : \overrightarrow{FB}, \quad \frac{-x + a + s}{t} = \frac{-2a}{c}, \quad x = \frac{2at}{c} + a + s.$$