Analitik Geometri (MAT 104)
Final Sınavı Çözümleri

David Pierce

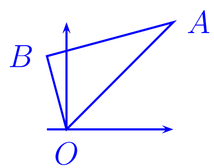
27 Mayıs 2015

Problem 1. Bir A noktasının kutupsal koordinatları (a, α) olsun, ve B noktasınınki (b, β) olsun.

(a) $(a, \alpha) = (2, \pi/4)$ ve $(b, \beta) = (1, 7\pi/12)$ ise AB doğrusunun uzunluğu kaçtır?

(b) Genel durumda, uç noktalarının koordinatlarına göre, AB doğrusunun uzunluğu nedir?

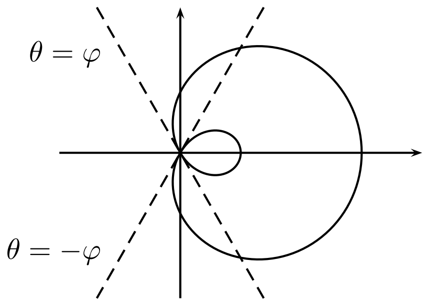
(a) $\angle AOB = 7\pi/12 - \pi/4 = \pi/3$, $OA = 2$ ve $OB = 1$ olduğundan AOB üçgeni "30–60–90" üçgendir, dolayısıyla $AB = \sqrt{3}$. [İkinci şık da kullanılabilir.]

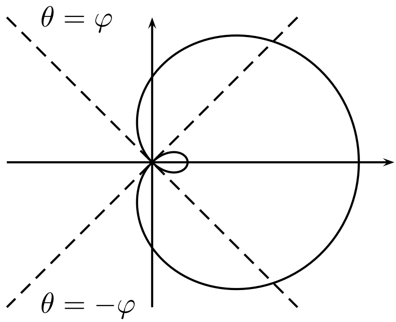


(b) Kosinüs Teoremine göre

$$AB^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos(\beta - \alpha).$$

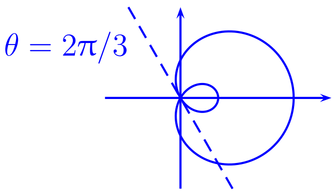
Problem 2. Aşağıdaki şekillerde, $\theta = \pm\varphi$ doğruları, başlangıç noktasında, "limason" [salyangoz] eğrilerine teğet geçer. Limasonların biri, $r = 1/2 + \cos\theta$ kutupsal denklemi tarafından tanımlanır. Bu durumda φ açısı nedir? (Hesaplamalarınızı gösterin.)





$$
\begin{aligned}
1/2 + \cos\varphi &= 0, \\
\cos\varphi &= -1/2, \\
\varphi &= \pm 2\pi/3.
\end{aligned}
$$

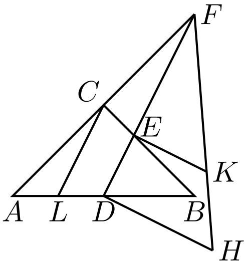
Şekle göre $\varphi = 2\pi/3$ (veya $-\pi/3$).

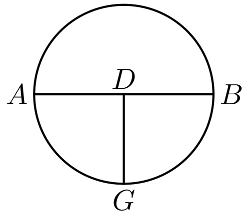


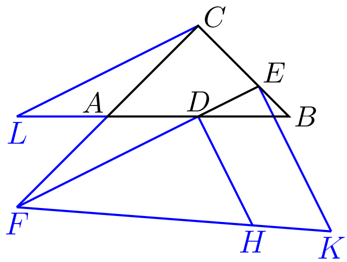
Problem 3. (a) Şekillerde

- Bir doğru, ABC üçgeninin kenarlarını D, E, ve F'de kessin;
- AB, çemberin çapı olsun, ve $DG \perp AB$ olsun;
- $DH \perp DE$ ve $DH \cdot DE = DG^2$ olsun;
- EK, DH'ye paralel olsun ve FH'yi K'de kessin;
- CL, DE'ye paralel olsun ve AB'yi L'de kessin.

Ortadaki şekli tamamlayın.

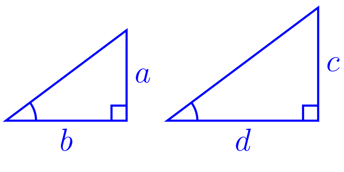






[Bu şık, telafi sınavındaydı.]

(b) Şimdi a, b, c, ve d, herhangi uzunluklar olsun. Tanımımıza göre ne zaman $a : b :: c : d$? Doğru şekil çizmek yeterlidir.



[Bu şık, ikinci sınavdaydı.]

Problem 4. Bu problemde xyz eksenleri birbirine diktir, ve birim uzunluğu seçilmiştir.

(a) $(1,2,3)$, $(1,1,1)$, ve $(-1,2,-3)$ noktalarından geçen düzleme dik olan (ve sıfır olmayan) bir vektör bulun.

(b) $\dfrac{x-10}{7}=\dfrac{y+100}{-1}=\dfrac{z+1000}{3}$ doğrusuna dik olan, $(2,5,4)$ noktasından geçen düzlemin denklemini $ax+by+cz=d$ biçiminde yazın.

(a)
$$\begin{aligned}
&\big((1,2,3)-(1,1,1)\big)\times\big((-1,2,-3)-(1,1,1)\big)\\
&=(0,1,2)\times(-2,1,-4)\\
&=\left(\begin{vmatrix}1 & 2\\ 1 & -4\end{vmatrix}, -\begin{vmatrix}0 & 2\\ -2 & -4\end{vmatrix}, \begin{vmatrix}0 & 1\\ -2 & 1\end{vmatrix}\right)\\
&=(-4-2,-(-(-4)),-(-2))\\
&=(-6,-4,2).
\end{aligned}$$

[Cevap, $(6,4,-2)$, $(3,2,-1)$, ve saire olabilir.]

(b)
$$\begin{aligned}
7x-y+3z&=(7,-1,3)\cdot(2,5,4)\\
&=14-5+12\\
&=21.
\end{aligned}$$