Öklid Geometrisine Giriş

Sınav çözümleri

Sevan Bedikyan David Pierce
Gülay Telsiz İpek Tuvay

27 Kasım 2018

Problem 1. Aşağıdaki kelimelerin Türkçesi nedir?

ΓΚΑΛΝΤΙΡΙΜΙ ΠΑΝΤΖΑΡΙ ΡΕΚΛΑΜΑ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑ ΧΑΜΑΜ

Çözüm. Kaldırım, pancar, reklam, felsefe, hamam.

Problem 2. Aşağıdaki önermenin düzenlemesini (varsa) ve göstermesini yazın.

Açıklama Verilmiş üçgenler $\mathsf{AB\Gamma}$ ve $\Delta\mathsf{EZ}$ olsun, ve

$$\mathsf{AB} = \Delta\mathsf{E}, \qquad \mathsf{B\Gamma} = \mathsf{EZ}$$

olsun, ve A ve Δ'daki açılar dik olsun.

Belirtme Diyoruz ki $\mathsf{A\Gamma} = \Delta\mathsf{Z}$.

Çözüm.

Düzenleme Mümkünse $\mathsf{A\Gamma} < \Delta\mathsf{Z}$ olsun. O zaman

1. ΔZ'dan $A\Gamma$'ya eşit olan ΔH kesilsin [Ön. 3];
2. EH çizilsin [P. 1].

Gösterme

3. $EH = B\Gamma$ [P. 4 ve Ön. 4].
4. Dolayısıyla $HE = EZ$ [P. 1].
5. Bu durumda $EHZ = EZH$ [Ön. 5].
6. EHZ, dik açıdan büyüktür [Ön. 16].
7. Şimdi Ön. 17 ile bir çelişki vardır.

Problem 3.

a) Aşağıdaki önermenin her numaralı adımı için, kullandığı postulat, ortak kavram, veya önerme varsa, numarasını yazın. Bu adımlardan birinde bir önceki problem de kullanılabilir. İlk adım size örnek olarak verilmiştir.

b) Önerme doğru mu, yanlış mı? Aşağıda açıklayın.

Bildirme Her üçgen ikizkenardır.

Açıklama Verilmiş üçgen $AB\Gamma$ olsun.

Belirtme Diyoruz ki $AB = A\Gamma$.

Düzenleme

1. $BA\Gamma$'nın $A\Delta$ açıortayı çizilsin. [Ön. 9]
2. $B\Gamma$'nın E orta noktası belirtilsin.
3. $B\Gamma$'nın EZ dikmesi çizilsin.
4. $A\Delta$ ve EZ, H noktasında kesişsin.

5. Gerekirse AB ve AΓ uzatılsın.
6. AB'ya veya uzatılmasına HΘ dikmesi indirilsin.
7. AΓ'ya veya uzatılmasına HK dikmesi indirilsin.

Gösterme

1. AΘH = AKH.
2. AΘ = AK.
3. HΘ = HK.
4. BEH = ΓEH.
5. BH = ΓH.
6. BΘ = KΓ.
7. AB = AΓ.

Bildirme Böylece her üçgen ikizkenardır.

Çözüm. a) Düzenleme:

1: Ön. 9.
2: Ön. 10.
3: Ön. 11.
4: —
5: P. 2.
6: Ön. 12.
7: Ön. 12.

Gösterme

1: P. 4.
2: Ön. 26.
3: Ön. 26.
4: P. 4.
5: Ön. 4.
6: Problem 2.
7: Yanlıştır.

b) Önerme yanlıştır. Göstermenin son adımında

$$\mathsf{AB} = \mathsf{A\Theta} \pm \mathsf{B\Theta}, \qquad \mathsf{A\Gamma} = \mathsf{AK} \pm \mathsf{\Gamma K}$$

varsayılıyor, ama $\mathsf{A\Gamma} = \mathsf{AK} \mp \mathsf{\Gamma K}$ olur.

Problem 4. Tanıma göre gerçel sayılarda eğer $x - y$ bir tamsayı ise $x\ B\ y$ olsun.

a) B bağıntısının bir denklik bağıntısı olduğunu gösterin.

b) $\sqrt{3}$ sayısının denklik sınıfının 4 tane elemanı yazın.

c) B bağıntısını, $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ çarpımının bir altkümesi olarak ifade edin.

Çözüm. a)

- $x - x \in \mathbb{Z}$ çünkü $x - x = 0$;
- $x - y \in \mathbb{Z}$ ise $y - x \in \mathbb{Z}$ çünkü $y - x = -(x - y)$;
- $x - y \in \mathbb{Z}$ ve $y - z \in \mathbb{Z}$ ise $x - z \in \mathbb{Z}$ çünkü $x - z = (x - y) + (y - z)$.

b) $\sqrt{3}$, $\sqrt{3} \pm 1$, $\sqrt{3} + 2$.

c) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \colon x - y \in \mathbb{Z}\}$.