Önermeler mantığı problemleri

MSGSÜ Matematik Bölümü öğeleri

28 Aralık 2016

Buradaki problemler, 2011–2, 2012–3, 2013–4, ve 2014–5 akademik yıllarında ortaya atıldı.

Problem 1. $P \to Q \to R \sim P \wedge Q \to R$ denkliğini bir doğruluk tablosuyla gösterin.

Problem 2. $P \to R \vDash (P \wedge Q) \to R$ gerektirmesini biçimsel kanıtla gösterin.

Problem 3. Aşağıdaki doğruluk tablosunu doldurun.

P	$\wedge$	$(Q$	$\to$	$R)$	$\to$	$\neg$	$((P$	$\leftrightarrow$	$R)$	$\vee$	$Q)$
0		0		0							
1		0		0							
0		1		0							
1		1		0							
0		0		1							
1		0		1							
0		1		1							
1		1		1							

Problem 4. Aşağıdaki formüllerin denkliğini gösterin.

$$P \to Q \vee R, \qquad\qquad P \wedge \neg Q \to R.$$

Problem 5. Aşağıdaki formüllerin ikisi, üçüncü formülü gerektirir. Hangi formüller, hangi formülü gerektirir? Bunu gösterin.

$$P \vee Q, \qquad (P \wedge Q) \vee R, \qquad \neg Q \to \neg R.$$

Problem 6. $P \wedge Q$ formülünün, $\{P \wedge R,\ Q \wedge R\}$ formüller kümesinden biçimsel bir kanıtını yazın.

Problem 7. Aşağıdaki doğruluk tablosunu doldurun.

P	$\wedge$	$(Q$	$\vee$	0	$\to$	$R)$	$\to$	$\neg$	$((P$	$\leftrightarrow$	$R)$	$\vee$	$Q)$
0		0				0							
1		0				0							
0		1				0							
1		1				0							
0		0				1							
1		0				1							
0		1				1							
1		1				1							

Problem 8. Aşağıdaki formüllerin denkliğini gösterin.

$$P \wedge \neg(Q \vee R), \qquad\qquad P \wedge \neg Q \wedge \neg R.$$

Problem 9. F, öyle bir formül olsun ki

$$P \to Q, \qquad\qquad P \wedge \neg Q \to \neg F$$

formülleri birbirine denk olsun. F hakkında ne söyleyebiliriz?

Problem 10. $(Q \wedge R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge \neg R)$ formülü, F olsun, ve $Q \vee R \to Q \wedge R$ formülü, G olsun.

(a) Bu F ve G formüllerinin doğruluk tablolarını tamamlayın.

$(Q$	$\wedge$	$R)$	$\vee$	$(P$	$\wedge$	$\neg$	Q	$\wedge$	$\neg$	$R)$
0		0		0						
0		0		1						
1		0		0						
1		0		1						
0		1		0						
0		1		1						
1		1		0						
1		1		1						

Q	$\vee$	R	$\to$	Q	$\wedge$	R
0		0				
1		0				
0		1				
1		1				

(b) Ya $F \to G$ ya da $G \to F$ formülü bir totoloji midir?

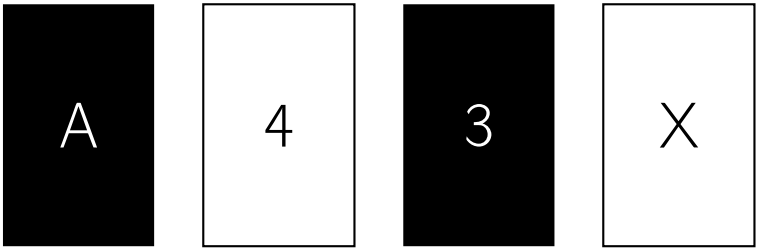
Problem 11. Biçimsel bir kanıt ile $P \vee Q$ ve $\neg Q \vee R$ formüllerinin $P \vee R$ formülünü gerektirdiğini gösterin.

Problem 12. Aşağıdaki üç formülden hangisi kalan iki formül tarafından gerektirilir? İstediğiniz yöntem ile cevabınızı kanıtlayın.

$$P \leftrightarrow \neg Q, \qquad Q \to \neg P, \qquad P \to Q.$$

Problem 13. Aşağıdaki üç formülden bir tanesi, bir diğerini gerektirir.

$$(P \wedge Q) \vee (P \wedge R), \qquad (P \vee Q) \wedge (Q \vee R), \qquad R.$$

(a) Üç formül için doğruluk tabloları yapın ve hangi formülün hangi formülü gerektirdiğini bulun.
(b) Yukarıda bulduğunuz gerektirmeyi biçimsel kanıt ile gösterin.

Problem 14. Dört tane kart var. Her kartın iki tarafı beyaz veya siyah olabilir ve üzerinde numara veya harf olabilir. Bir kartın bir tarafı beyaz ve harfli ve öbür taraf siyah ve numaralı olabilir v.s. Bu kartlar masa üstüne konulmuş. "Eğer kartın görünülen tarafı siyah ve numaralı değilse, öbür taraf üzerinde bir tek sayı var" ifadesinin doğru olup olmadığını için hangi kartları çevirip kontrol etmek lazım?