Biçimsel kanıt örnekleri

David Pierce

25 Aralık 2013
Gözden geçirilmiş 28 Aralık 2016

Problem 1. $P \leftrightarrow Q$ gerektirir $P \to Q$.

Kanıt.

1.	$P \leftrightarrow Q$	hipotez
2.	$(P \to Q) \wedge (Q \to P)$	(1)'e denk
3.	$P \to Q$	(2)'den basitleştirme ile

Problem 2. $P \vee Q \to R$ gerektirir $P \to R$.

Kanıt.

1.	$P \vee Q \to R$	hipotez
2.	$\neg(P \vee Q) \vee R$	(1)'e denk
3.	$(\neg P \wedge \neg Q) \vee R$	(2)'den De Morgan ile
4.	$(\neg P \vee R) \wedge (\neg Q \vee R)$	(3)'ten dağılma ile
5.	$\neg P \vee R$	(4)'ten basitleştirmeyle
6.	$P \to R$	(5)'ten

Problem 3. $P \leftrightarrow Q \vee R$ gerektirir $R \rightarrow P$.

Kanıt.

1.	$P \leftrightarrow Q \vee R$	hipotez
2.	$(P \rightarrow Q \vee R) \wedge (Q \vee R \rightarrow P)$	
3.	$Q \vee R \rightarrow P$	basitleştirme
4.	$\neg(Q \vee R) \vee P$	
5.	$(\neg Q \wedge \neg R) \vee P$	
6.	$(\neg Q \vee P) \wedge (\neg R \vee P)$	
7.	$\neg R \vee P$	basitleştirme
8.	$R \rightarrow P$	

Problem 4. $P \rightarrow Q$ gerektirir $P \rightarrow Q \vee R$.

Kanıt.

1.	$P \rightarrow Q$	hipotez
2.	$\neg P \vee Q$	
3.	$(\neg P \vee Q) \vee R$	ekleme
4.	$\neg P \vee (Q \vee R)$	
5.	$P \rightarrow Q \vee R$	

Problem 5. $P \rightarrow Q$ ve $P \rightarrow R$ gerektirir $P \rightarrow Q \wedge R$.

Kanıt.

1.	$P \rightarrow Q$	hipotez
2.	$P \rightarrow R$	hipotez
3.	$(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R)$	bağlama
4.	$(\neg P \vee Q) \wedge (\neg P \vee R)$	
5.	$\neg P \vee (Q \wedge R)$	
6.	$P \rightarrow (Q \wedge R)$	

Problem 6. $P \to Q$ ve $P \to Q \to R$ gerektirir $P \to R$.

Kanıt.

1.	$P \to Q \to R$	hipotez
2.	$\neg P \vee (Q \to R)$	
3.	$\neg P \vee (\neg Q \vee R)$	
4.	$(\neg Q \vee \neg P) \vee R$	
5.	$(1 \wedge (\neg Q \vee \neg P)) \vee R$	
6.	$\big((P \vee \neg P) \wedge (\neg Q \vee \neg P)\big) \vee R$	
7.	$\big((P \wedge \neg Q) \vee \neg P\big) \vee R$	yutma
8.	$(\neg\neg P \wedge \neg Q) \vee \neg P \vee R$	
9.	$\neg(\neg P \vee Q) \vee (P \to R)$	
10.	$(\neg P \vee Q) \to (P \to R)$	
11.	$(P \to Q) \to (P \to R)$	
12.	$P \to Q$	hipotez
13.	$P \to R$	ayırma

veya

1.	$P \to Q$	hipotez
2.	$P \to Q \to R$	hipotez
3.	$(P \to Q) \wedge (P \to Q \to R)$	bağlama
4.	$(\neg P \vee Q) \wedge (\neg P \vee \neg Q \vee R)$	
5.	$\neg P \vee (Q \wedge (\neg Q \vee R))$	
6.	$\neg P \vee (Q \wedge R)$	
7.	$(\neg P \vee Q) \wedge (\neg P \vee R)$	
8.	$\neg P \vee R$	basitleştirme
9.	$P \to R$	

Problem 7. $P \leftrightarrow Q$ ve $P \to R$ gerektirir $Q \to R$.

Kanıt.

1.	$P \leftrightarrow Q$	hipotez
2.	$Q \to P$	[basitleştirme]
3.	$P \to R$	hipotez
4.	$Q \to R$	hipotetik tasım

Problem 8. $P \leftrightarrow Q \vee R$ ve $P \to S$ gerektirir $Q \to S$.

Kanıt.

1.	$P \leftrightarrow Q \vee R$	hipotez
2.	$Q \vee R \to P$	[basitleştirme]
3.	$\neg(Q \vee R) \vee P$	
4.	$(\neg Q \wedge \neg R) \vee P$	
5.	$(\neg Q \vee P) \wedge (\neg R \vee P)$	
6.	$\neg Q \vee P$	basitleştirme
7.	$Q \to P$	
8.	$P \to S$	hipotez
9.	$Q \to S$	hipotetik tasım