# Öklid'in Öğelerinin 13 Kitabından Birinci Kitap

# Öğelerin 13 Kitabından Birinci Kitap

Öklid'in Yunanca metni ile
Özer Öztürk & David Pierce'in çevirdiği Türkçesi
ve David Pierce'in yazdığı alıştırmalar

Düzeltilmiş 5. baskı
Eylül 2015

Matematik Bölümü
Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi
İstanbul
http://mat.msgsu.edu.tr/

Bu çalışma
Creative Commons Attribution-Gayriticari-ShareAlike 3.0
Unported Lisansı ile lisanslı.
Lisansın bir kopyasını görebilmek için,
http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/
adresini ziyaret edin ya da mektup atın:
Creative Commons,
444 Castro Street, Suite 900,
Mountain View, California, 94041, USA.



Özer Öztürk & David Pierce

ozer.ozturk@msgsu.edu.tr dpierce@msgsu.edu.tr

# 4. Baskının Önsözü

Bu kitapta, Öklid'in *Öğeler*'inin birinci kitabının orijinal Yunanca metni ve paralel Türkçe çeviri birlikte sunulmuştur. Kitabımız, Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi'nin Matematik Bölümü'nde bir birinci sınıf lisans dersi için hazırlanmıştır.

Kitabın birinci baskısı, 2011 Güz döneminde, ve ikinci baskısı, 2012 Güz döneminde kullanılmış ve fark edilen hatalar düzeltilmiştir.

İlk dersin öğretmenleri, Özer Öztürk ve David Pierce oldu; sonraki dersin öğretmenleri, Ahmet Bakkaloğlu, Ayhan Günaydın, Özer Öztürk ve David Pierce oldu; üçüncü dersin öğretmenleri, Feza Arslan, Özgür Martin, Şafak Özden ve David Pierce oldu.

Kitabın ilk iki baskısında, İngilizce çevirisi de vardı. Üçüncü baskıya İngilizce çeviriyi almadık.

Bu dördüncü baskıya alıştırmalar ekledik. Bu alıştırmaların daha erken versiyonunu düzelttiğı için Selma Başıbüyük'e teşekkür ederiz.

Buradaki Yunanca metin, Heiberg'indir [4]. Kitabının kopyası, internet'te bulunabilir, mesela Wilbour Hall[1] ve European Cultural Heritage Online (ECHO)[2] sitelerinde. Aslında LaTeX elektronik dosyamız için Fitzpatrick'in LaTeX kaynağını [7] kullanmıştık. Ama Fitzpatrick'in dosyasındaki metni Heiberg'in kitabından nasıl aldığını bilmiyoruz, ve bu metinde birkaç hatalar fark ettik (sayfa 11'e bakınız). Bu hatalar, Project Perseus sitesinde bulunmamaktadır.[3]

Project Perseus sitesinden çok faydalandık. Güler Çelgin'in [2] sözlüğü de yararlıydı. Kullandığımız Yunanca font, Greek Font Society (Yunan Font Derneği) tarafından sağlanan "NeoHellenic" fontudur.

[1] http://www.wilbourhall.org
[2] http://echo.mpiwg-berlin.mpg.de/home
[3] http://www.perseus.tufts.edu/

# İçindekiler

**4. Baskının Önsözü** **3**

**Giriş** **7**

**Yunan alfabesi** **12**

**Ὅροι // Hudutlar** **13**

**Αἰτήματα // Postulatlar** **18**

**Κοιναὶ ἔννοιαι // Ortak kavramlar** **19**

**Önermeler** **20**

1. Önerme . . . . . 20
2. Önerme . . . . . 22
3. Önerme . . . . . 24
4. Önerme . . . . . 26
5. Önerme . . . . . 30
6. Önerme . . . . . 34
7. Önerme . . . . . 36
8. Önerme . . . . . 38
9. Önerme . . . . . 42
10. Önerme . . . . . 44
11. Önerme . . . . . 46
12. Önerme . . . . . 48
13. Önerme . . . . . 50
14. Önerme . . . . . 52
15. Önerme . . . . . 54
16. Önerme . . . . . 56
17. Önerme . . . . . 58
18. Önerme . . . . . 60
19. Önerme . . . . . 62

20. Önerme . . . . . 64
21. Önerme . . . . . 66
22. Önerme . . . . . 70
23. Önerme . . . . . 72
24. Önerme . . . . . 74
25. Önerme . . . . . 78
26. Önerme . . . . . 80
27. Önerme . . . . . 86
28. Önerme . . . . . 88
29. Önerme . . . . . 90
30. Önerme . . . . . 92
31. Önerme . . . . . 94
32. Önerme . . . . . 96
33. Önerme . . . . . 98
34. Önerme . . . . . 100
35. Önerme . . . . . 104
36. Önerme . . . . . 106
37. Önerme . . . . . 108
38. Önerme . . . . . 110
39. Önerme . . . . . 112
40. Önerme . . . . . 114
41. Önerme . . . . . 116
42. Önerme . . . . . 118
43. Önerme . . . . . 120
44. Önerme . . . . . 122
45. Önerme . . . . . 126
46. Önerme . . . . . 130
47. Önerme . . . . . 132
48. Önerme . . . . . 136

**Fiiller Sözlüğü** **138**

**Edatlar Sözlüğü** **140**

**Alıştırmalar** **141**
Giriş . . . . . 141
Konular . . . . . 141
1. önermeden sonra . . . . . 142

5. önermeden sonra . . . . . 142
6. önermeden sonra . . . . . 143
7. önermeden sonra . . . . . 143
8. önermeden sonra . . . . . 144
9. önermeden sonra . . . . . 144
10. önermeden sonra . . . . . 145
11. önermeden sonra . . . . . 145
12. önermeden sonra . . . . . 145
14. önermeden sonra . . . . . 146
15. önermeden sonra . . . . . 146
17. önermeden sonra . . . . . 147
19. önermeden sonra . . . . . 148
26. önermeden sonra . . . . . 148
27. önermeden sonra . . . . . 150
28. önermeden sonra . . . . . 150
29. önermeden sonra . . . . . 151
32. önermeden sonra . . . . . 152
34. önermeden sonra . . . . . 152
35. önermeden sonra . . . . . 156
36. önermeden sonra . . . . . 156
38. önermeden sonra . . . . . 156
41. önermeden sonra . . . . . 157
43. önermeden sonra . . . . . 159
Çarpma . . . . . 162
47. Önermeden sonra . . . . . 167

**Kaynakça** **170**

# Giriş

Bildiğimiz kadarı ile, aşağı yukarı bir yüzyıl önceye kadar, en azından Dünyanın Hristiyan ve Müslüman yerlerinde, her matematikci matematiği Öklid'den öğrendi. Bizce matematik öğrencileri, hâlâ Öklid'i okumalılardır. *Öğeler* eseri, dünyanın ilk matematik dizgesidir.

Her kitap gibi, Öklid'in *Öğeler*'i mükkemel olmayabilir. Yapısında hatalar varsa, öğrenci onları düzelterek öğrensin. Bugünkü "analitik" geometri ders kitapları, mantık açısından düzensiz olabilir, ama *Öğeler*'in birinci kitabının yardımıyla düzeltilebilir.

## Metnimiz

Öklid'in *Öğeler*'inin birinci kitabı, burada iki sütun halinde sunuluyor: sol sütunda orijinal Yunanca metin, ve sağında bir Türkçe çevirisi yer alıyor.

Öklid'in *Öğeler*'i, her biri **önermelere** bölünmüş olan 13 kitaptan oluşur. Bazı kitaplarda **tanımlar** da vardır. Birinci kitap ayrıca **postülatları** ve **ortak kavramları** da içerir. Bu baskıda Yunanca metnin her önermesinin her cümlesi öyle birimlere bölünmüştür ki

1) (hemen hemen) her birim bir satıra sığar,
2) her birim cümle içinde bir rol oynar,
3) her birimin tam Türkçe çevirisi vardır.

Her birimin çevirisi, orijinalinin yanında yer alır. Bazen ortaya çıkan Türkçe cümleler, biraz tuhaf gelebilir. Bu durumda, daha akıcı ifadeler bulmak okuyucuya bırakılmıştır.

*Öğeler*'in her önermesinin yanında, çoğu noktanın (ve bazı çizgilerin) harflerle isimlendirildiği, bir çizgi ve noktalar resmi yer alır. Bu resim **harfli diagramdır**. Her önermede diagramı kelimelerin *sonuna* yerleştiriyoruz. Reviel Netz'e göre orijinal ruloda diagram burada yer alırdı ve böylece okuyan önermeyi okumak için ruloyu ne kadar açması gerektiğini bilirdi [9, p. 35, n. 55]. Bu baskıda bir önerme iki sayfaya sığmazsa, diagramı tekrarlanır.

Öklid'in yazdıkları, çeşitli süzgeçlerden geçerek bize ulaşmıştır. *Öğeler*'in M.Ö. 300 civarında yazılmış olması gerekir. Bizim kullandığımız 1883'te yayınlanan Heiberg [4] versiyonu, 10. yüzyılda yazılmış ve Vatikan'da bulunmuş bir elyazmasına dayanmaktadır.

## Dili ve alfabesi

Öklid'in kullandığı dil, Antik Yunancadır. Bu dil, İngilizce ve Farsça gibi, Hint-Avrupa dilleri ailesindendir. Türkçe, bu aileden değildir; fakat bazı yönlerden Türkçe, Yunancaya, İngilizceden daha yakındır. Örneğin Türkçe ve Yunanca, adlar ve fiiller çeker. İngilizce ve Türkçenin günümüz bilimsel terminolojisinin kökleri genellikle Yunancadır.

Yunan alfabesinin sayfa 12'de verilen 24 harfini ezberlemenizi tavsiye ederiz. Bu kitapta her önermenin sadece bir diagramı vardır, ve harfleri Yunan alfabesinden alınmıştır. Matematikçiler, bu harfleri her zaman kullanırlar.

## Öğelerin ve önermelerinin analizi

*Öğeler*'in her önermesi bir **problem** veya bir **teorem** olarak anlaşılabilir. M.S. 320 civarında (yani Öklid'den 6 yüzyıl sonra) yazan İskenderiyeli Pappos bu ayrımı aşağıdaki gibi tarif ediyor:[4]

| | |
|---|---|
| Οἱ τὰ ἐν γεωμετρίᾳ ζητούμενα βουλόμενοι τεχνικώτερον διακρίνειν, | Geometri araştırmalarında daha usta bir ayrıştırma yapmak isteyenler, |
| **πρόβλημα** μὲν ἀξιοῦσι καλεῖν ἐφ' οὗ *προβάλλεταί* τι ποιῆσαι καὶ κατασκευάσαι, | bir şeyin yapılmasını veya inşa edilmesini *öneren* bir [önerme]ye **problem** demeyi uygun görüyorlar, |
| **θεώρημα** δὲ ἐν ᾧ τινῶν ὑποκειμένων τὸ ἐπόμενον αὐτοῖς καὶ πάντως ἐπισυμβαῖνον *θεωρεῖται*, | ve belirli varsayımların eşitliklerinin ve zorunlu sonuçlarının incelendiği bir [önerme]ye, **teorem** [demeyi uygun görüyorlar]; |
| τῶν παλαιῶν τῶν μὲν προβλήματα πάντα, τῶν δὲ θεωρήματα εἶναι φασκόντων. | ama antiklerin bazıları [önermelerin] tümünün problem, bazıları da teorem olduğunu söylemiştir. |

[4]Pappos'tan yapılan alıntı, onun *Toplama* eserinin üçüncü kitabının [10, s. 30] girişinden alınmıştır. Alıntı, [14, pp. 566–567] kaynağında da bulunabilir.

Bir problem bir şey yapmayı önerir; bir teorem bir şey inceler. Pappos, *problem* ve *teorem* kelimelerinin etimolojisini anıştırıyor:

| πρόβλημα | problem | θεώρημα | teorem |
|---|---|---|---|
| προβαλλ- | öner- | θεωρε- | incele- |

Bizim *önerme* sözcüğümüz, Yunanca'da bulunmamaktadır, ama etimoloji açısından πρόβλημα adı gibidir. Yunan θεωρε- fiili, anlamı "bak-" olan θεα- fiilinden türenmiştir. Bu son fiilden θέατρον "tiyatro" gelmiştir.

İster bir problem, ister bir teorem olsun, bir önermenin metni altı parçaya kadar ayrılıp analiz edilebilir. M.S. beşinci yüzyılda (yani Öklid'den 7 yüzyıl sonra) Proklos bu parçaları ve bu analizi anlatmıştır:[5]

| | |
|---|---|
| πᾶν δὲ πρόβλημα καὶ πᾶν θεώρημα τὸ ἐκ τελείων τῶν ἑαυτοῦ μερῶν συμπεπληρωμένον βούλεται πάντα ταῦτα ἔχειν ἐν ἑαυτῷ· [i] *πρότασιν,* [ii] *ἔκθεσιν,* [iii] *διορισμόν,* [iv] *κατασκευήν,* [v] *ἀπόδειξιν,* [vi] *συμπέρασμα.* | Bütün parçalarıyla donatılmış her problem ve her teorem aşağıdaki tüm parçaları içermek ister: (1) *bildirme,* (2) *açıklama,* (3) *belirtme,* (4) *düzenleme,* (5) *gösterme,* ve (6) *bitirme.* |
| τούτων δὲ ἡ μὲν **πρότασις** λέγει, τίνος δεδομένου τί τὸ ζητούμενόν ἐστιν. | Bunlardan da: 1. **Bildirme,** hangi verilenden hangi [sonucun] arandığını söyler. |
| ἡ γὰρ τελεία πρότασις ἐξ ἀμφοτέρων ἐστίν. | Zira tam bir bildirme, bu iki parçanın ikisini de içerir. |
| ἡ δ' **ἔκθεσις** αὐτὸ καθ' αὑτὸ τὸ δοδεμένον ἀποδιαλαβοῦσα προευτρεπίζει τῇ ζητήσει. | 2. **Açıklama,** verileni ayrıca ele alarak bunu araştırmada kullanmak üzere hazırlar. |
| ὁ δὲ **διορισμὸς** χωρὶς τὸ ζητούμενον, ὅτι ποτέ ἐστιν, διασαφεῖ. | 3. **Belirtme,** arananın ayrıca ne olduğunu net bir şekilde gösterir. |
| ἡ δὲ **κατασκευὴ** τὰ ἐλλείποντα τῷ δεδομένῳ πρὸς τὴν τοῦ ζητουμένου θήραν προστίθησιν. | 4. **Düzenleme,** arananı avlamak için verilendeki eksikleri yerleşmiştir. |
| ἡ δὲ **ἀπόδειξις** ἐπιστημονικῶς ἀπὸ τῶν ὁμολογηθέντων συνάγει τὸ προκείμενον. | 5. **Gösterme,** [elimizde] bulunanları bilimsel olarak kabul edilen [ilkeler]e göre birleştirir. |
| τὸ δὲ **συμπέρασμα** πάλιν ἐπὶ τὴν πρότασιν | 6. **Bitirme,** gösterilmiş olanı onayla- |

[5] Verilen alıntının Yunancası, [11, s. 203] kaynağından alınmıştır. Bu kitabın İngilizce [12] çevirisi vardır. Verilen alıntının İngilizcesi, [6, s. xxiii] bulunmuştur. Proklos Bizans (şimdi İstanbul) doğumludur, ama aslında Likyalıdır, ve ilk eğitimini Ksantos'ta almıştır. Felsefe öğrenmek için İskenderiye'ye ve sonra da Atina'ya gitmiştir [12, s. xxxix].

| | |
|---|---|
| ἀναστρέφει βεβαιοῦν τὸ δεδειγμένον. | yarak bildirmeye geri döner. |
| καὶ τὰ μὲν σύμπαντα μέρη τῶν τε προβλημάτων καὶ τῶν θεωρημάτων ἐστὶ τοσαῦτα· | Bunlar, problemlerin ve teoremlerin bütün parçalarıdır. |
| τὰ δὲ ἀναγκαιότατα καὶ ἐν πᾶσιν ὑπάρχοντα πρότασις καὶ ἀπόδειξις καὶ συμπέρασμα. | En zorunlu olan ve her [önerme]de bulunan [parçalar], bildirme, gösterme, ve bitirmedir. |

Biz de Proklos'un analizini aşağıdaki anlamıyla kullanacağız:

**Bildirme,** bir önermenin, harfli diagrama gönderme yapmayan, genel beyanıdır. Bu beyan, bir doğru veya üçgen gibi bir nesne hakkındadır.

**Açıklama,** bu nesneyi harfler aracılığıyla diagramda işaret eder. Bu nesnenin varlığı üçüncü tekil emir kipinde bir fiil ile oluşturulur. (Bazen düzenlemeninki gibi açıklamanın ikinci kelimesi γάρ olur.)

**Belirtme,**

(a) bir *problemde*, nesne ile ilgili ne yapılacağını söyler ve δεῖ δή kelimeleriyle başlar (burada δεῖ, "gereklidir", δή ise "o halde" anlamındadır);

(b) bir *teoremde,* nesneyle ilgili neyin ispatlanacağını söyler ve "diyorum ki" anlamına gelen λέγω ὅτι kelimeleriyle başlar. Aynı ifade, bir problemde de belirtmeye ek olarak, göstermenin başında ve düzenlemenin sonunda görülebilir.

**Düzenleme** varsa, ikinci kelimesi γάρ olur. Bu kelime, onaylayıcı bir zarf ve sebep belirten bir bağlaçtır. Bunu "zira" olarak çevirdik ve cümlenin birinci kelimesi yaptık.

**Gösterme,** genellikle ἐπεί ("çünkü, olduğundan") ilgeciyle başlar.

**Bitirme,** bildirmeyi tekrarlar ve genellikle ἄρα ("böylece") ilgecini içerir. Tekrarlanan bildirmeden sonra bitirme aşağıdaki iki kalıptan biriyle sonlanır:

(a) ὅπερ ἔδει ποιῆσαι "yapılması gereken tam buydu" (problemlerde; Latincesi *quod erat faciendum* veya QEF);

(b) ὅπερ ἔδει δεῖξαι "gösterilmesi gereken tam buydu" (teoremlerde; Latincesi *quod erat demonstrandum* veya QED).

| Önerme | Fitzpatrick satır | sayfa | | Heiberg | sayfa | satır |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 (ε′) | ilk | 11 | τρὸς | πρὸς | 20 | 2 |
| 17 (ιζ′) | 2 | 21 | πάντῇ | πάντῃ | 44 | 10 |
| 17 (ιζ′) | son | 22 | πάντῇ | πάντῃ | 44 | 24 |
| 36 (λϛ′) | | | δὶα | διὰ | 88 | 4 |
| 36 (λζ′) | | | δὶα | διὰ | 88 | 20 |
| 38 (λη′) | 7 | 39 | δὶα | διὰ | 90 | 17 |

Fitzpatrick'in metnindeki bulduğumuz hatalar (önsöze bakınız)

# Yunan alfabesi

| büyük | küçük | okunuş | isim |
|---|---|---|---|
| Α | α | a | alfa |
| Β | β | b | beta |
| Γ | γ | g | gamma |
| Δ | δ | d | delta |
| Ε | ε | e (kısa) | epsilon |
| Ζ | ζ | z (ds) | zeta |
| Η | η | ê (uzun e) | eta |
| Θ | θ | th | theta |
| Ι | ι | i | iota (yota) |
| Κ | κ | k | kappa |
| Λ | λ | l | lambda |
| Μ | μ | m | mü |
| Ν | ν | n | nü |
| Ξ | ξ | ks | ksi |
| Ο | ο | o (kısa) | omikron |
| Π | π | p | pi |
| Ρ | ρ | r | rho (ro) |
| Σ | σ, ς | s | sigma |
| Τ | τ | t | tau |
| Υ | υ | y, ü | üpsilon |
| Φ | φ | f | phi |
| Χ | χ | h (kh) | khi |
| Ψ | ψ | ps | psi |
| Ω | ω | ô (uzun o) | omega |

# Ὅροι // Hudutlar

Σημεῖόν ἐστιν,
οὗ μέρος οὐθέν.

[1] Bir **nokta,**
hiçbir parçası olmayandır.

Γραμμὴ δὲ
μῆκος ἀπλατές.

[2] Ve bir **çizgi,**
genişliksiz uzunluktur.

Γραμμῆς δὲ
πέρατα σημεῖα.

[3] Ve bir çizginin
sınırları, noktadır.

Εὐθεῖα γραμμή ἐστιν,
ἥτις ἐξ ἴσου
τοῖς ἐφ᾽ ἑαυτῆς σημείοις
κεῖται.

[4] Bir **doğru** çizgi,
eşit olarak
üzerindeki noktalara göre
oturandır.[6]

Ἐπιφάνεια δέ ἐστιν,
ὃ μῆκος καὶ πλάτος μόνον
ἔχει.

[5] Ve bir **yüzey,**
sadece uzunluğu ve genişliği
olandır.

Ἐπιφανείας δὲ
πέρατα γραμμαί.

[6] Ve bir yüzeyin
sınırları, çizgidir.

Ἐπίπεδος ἐπιφάνειά ἐστιν,
ἥτις ἐξ ἴσου
ταῖς ἐφ᾽ ἑαυτῆς εὐθείαις
κεῖται.

[7] Bir **düzlem** yüzeyi,
eşit olarak
üzerindeki doğrulara göre
oturandır.

[6] Lucio Russo'ya [13, s. 322–4] göre bu tanım ve buradaki başka tanımlar, *Heron'un Tanımları* (*Heronis Definitiones*) adlı kitabından Öklid'in *Öğeler*'ine eklenmiştir. *Heron'un Tanımları*'nda Εὐθεῖα μὲν οὖν γραμμή ἐστιν ἥτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐπ᾽ αὐτῆς σημείοις κεῖται ὀρθὴ οὖσα καὶ οἷον ἐπ᾽ ἄκρον τεταμένη ἐπὶ τὰ πέρατα "Bir doğru çizgi, eşit olarak üzerindeki noktalara göre düz ve uçlarından en fazla gerilmiş oturandır" (*A straight line is a line that equally with respect to [all] points on itself lies straight and maximally taught between its extremities*) metni bulunmuştur.

Ἐπίπεδος δὲ γωνία ἐστὶν
ἡ ἐν ἐπιπέδῳ
δύο γραμμῶν ἁπτομένων ἀλλήλων
καὶ μὴ ἐπ᾽ εὐθείας κειμένων
πρὸς ἀλλήλας τῶν γραμμῶν
κλίσις.

[8] Ve bir **düzlem açısı,**
bir düzlemde
iki çizgi birbirine dokununca
ve bir doğru üzerinde oturmayınca
çizgilerin birbirine göre
eğimidir.

Ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν
γραμμαὶ
εὐθεῖαι ὦσιν,
εὐθύγραμμος καλεῖται ἡ γωνία.

[9] Ve ne zaman açıyı içeren
çizgiler
doğru olursa
açıya **düzkenar** denir.

Ὅταν δὲ εὐθεῖα
ἐπ᾽ εὐθεῖαν σταθεῖσα
τὰς ἐφεξῆς γωνίας
ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ,
ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστι,
καὶ ἡ ἐφεστηκυῖα εὐθεῖα
κάθετος καλεῖται,
ἐφ᾽ ἣν ἐφέστηκεν.

[10] Ve ne zaman bir doğru,
bir doğrunun üzerine dikilmiş,
bitişik açıları
birbirine eşit yaparsa,
eşit açıların her biri, **diktir,**
ve dikilmiş doğruya
**dikey** denir
üzerine dikildigi [doğru]ya.[7]

Ἀμβλεῖα γωνία ἐστὶν
ἡ μείζων ὀρθῆς.

[11] Bir **geniş açı,**
dik [açı]dan büyük olandır.[8]

Ὀξεῖα δὲ
ἡ ἐλάσσων ὀρθῆς.

[12] Ve bir **dar açı,**
dik [açı]dan küçük olandır.

Ὅρος ἐστίν,
ὅ τινός ἐστι πέρας.

[13] Bir **hudut,**
herhangi bir şeyin sınırı olandır.

Σχῆμά ἐστι
τὸ ὑπό τινος ἢ τινων ὅρων
περιεχόμενον.

[14] Bir **figür,**
bir hudut veya hudutlar tarafından
içerilendir.

[7] Bu tanım, 11. ve 12. önermelerde alıntılanır.
[8] Atatürk'ün *Geometri* kitabına [1, ¶37, s. 15] göre öyle bir açı, **oput açıdır.**

Κύκλος ἐστὶ
σχῆμα ἐπίπεδον
ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιεχόμενον
[ἣ καλεῖται περιφέρεια],
πρὸς ἣν
ἀφ᾽ ἑνὸς σημείου
τῶν ἐντὸς τοῦ σχήματος κειμένων

πᾶσαι αἱ προσπίπτουσαι εὐθεῖαι
[πρὸς τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν]
ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

[15] Bir **daire,**
düzlemdeki bir figürdür
bir çizgice içerilen
[bu çizgiye **çevre** denir]
öyle ki [bu çizginin üzerine]
bir noktasından
(figürün içerisinde oturan noktaların)
tüm düşen doğrular,
[çevrenin üzerine]
birbirine eşittir.

Κέντρον δὲ τοῦ κύκλου
τὸ σημεῖον καλεῖται.

[16] Ve dairenin **merkezi**
denir o noktaya.

Διάμετρος δὲ τοῦ κύκλου ἐστὶν
εὐθεῖά τις
διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένη
καὶ περατουμένη
ἐφ᾽ ἑκάτερα τὰ μέρη
ὑπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας,
ἥτις καὶ
δίχα τέμνει τὸν κύκλον.

[17] Ve bir dairenin bir **çapı,**
herhangi bir doğrudur
dairenin merkezinden ilerletilmiş
ve sınırlandırılan
her iki tarafta
dairenin çevresi tarafından;
ve [böyle bir doğru,]
daireyi ikiye böler.

Ἡμικύκλιον δέ ἐστι
τὸ περιεχόμενον σχῆμα
ὑπό τε τῆς διαμέτρου
καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ᾽ αὐτῆς
περιφερείας.
κέντρον δὲ τοῦ ἡμικυκλίου τὸ αὐτό,
ὅ καὶ τοῦ κύκλου ἐστίν.

[18] Bir **yarıdaire,**
içerilen figürdür
hem bir çap
hem onun ayırdığı
çevre tarafından.
Ve yarıdairenin merkezi aynıdır
daireninkiyle.

Σχήματα εὐθύγραμμά ἐστι
τὰ ὑπὸ εὐθειῶν περιεχόμενα,
τρίπλευρα μὲν τὰ ὑπὸ τριῶν,
τετράπλευρα δὲ τὰ ὑπὸ τεσσάρων,
πολύπλευρα δὲ
τὰ ὑπὸ πλειόνων ἢ τεσσάρων

[19] **Düzkenar figürler,**
doğrularca içerilendir:
**üçkenar** figürler üç,
**dörtkenar** figürler de dört,
**çokkenar** figürler de
dörtten daha fazla

εὐθειῶν περιεχόμενα.

doğruca içerilendir.

Τῶν δὲ τριπλεύρων σχημάτων
ἰσόπλευρον μὲν τρίγωνόν ἐστι
τὸ τὰς τρεῖς ἴσας ἔχον πλευράς,
ἰσοσκελὲς δὲ
τὸ τὰς δύο μόνας ἴσας ἔχον πλευράς,
σκαληνὸν δὲ
τὸ τὰς τρεῖς ἀνίσους ἔχον πλευράς.

[20] Ve üçkenar figürlerden
**eşkenar** üçgen,
üç eşit kenarı olan;
**ikizkenar** da,
sadece iki eşit kenarı olan;
**çeşitkenar** da,
üç eşit olmayan kenarı olandır.

Ἔτι δὲ τῶν τριπλεύρων σχημάτων
ὀρθογώνιον μὲν τρίγωνόν ἐστι
τὸ ἔχον ὀρθὴν γωνίαν,
ἀμβλυγώνιον δὲ
τὸ ἔχον ἀμβλεῖαν γωνίαν,
ὀξυγώνιον δὲ
τὸ τὰς τρεῖς ὀξείας ἔχον γωνίας.

[21] Ve ayrıca, üçkenar figürlerden,
**dik [açılı]** üçgen,
bir dik açısı olan;
**geniş açılı** da,
bir geniş açısı olan;
**dar açılı** da,
üç dar açısı olandır.

Τῶν δὲ τετραπλεύρων σχημάτων
τετράγωνον μέν ἐστιν,
ὃ ἰσόπλευρόν τέ ἐστι
καὶ ὀρθογώνιον,
ἑτερόμηκες δέ,
ὃ ὀρθογώνιον μέν,
οὐκ ἰσόπλευρον δέ,
ῥόμβος δέ,
ὃ ἰσόπλευρον μέν,
οὐκ ὀρθογώνιον δέ,
ῥομβοειδὲς δὲ
τὸ τὰς ἀπεναντίον πλευράς
τε καὶ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ἔχον,
ὃ οὔτε ἰσόπλευρόν ἐστιν
οὔτε ὀρθογώνιον·
τὰ δὲ παρὰ ταῦτα
τετράπλευρα

[22] Ve dörtkenar figürlerden
**kare,**
hem eşkenar olan
hem dik;
**dikdörtgen** de
dik olan
ama eşkenar olmayan;
**romb**[9] da,
eşkenar olan
ama dik olmayan;
**romboid** de
hem karşılıklı kenar
hem açıları eşit olan
ama ne eşkenar
ne dik olandır.
Ve bunların dışında kalan
dörtkenarlara

τραπέζια καλείσθω.

**trapezion**[10] denilsin.

Παράλληλοί εἰσιν εὐθεῖαι,
αἵτινες ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι
καὶ ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον
ἐφ᾽ ἑκάτερα τὰ μέρη
ἐπὶ μηδέτερα
συμπίπτουσιν ἀλλήλαις.

[23] **Paraleldir** doğrular,
aynı düzlemde bulunan
ve sonsuza uzatılınca
her iki tarafta,
hiçbir tarafta
çarpışmayan.

[9] Yani *eşkenar dörtgen.*

[10] *Romb* ve *romboid* terimleri, önermelerde kullanılmaz. *Trapezion* terimi, 35. önermede, yamuk için kullanılır.

# Αἰτήματα // Postulatlar

| | |
|---|---|
| Ἠιτήσθω | [Postulat olarak] rica edilmiş olsun: |
| ἀπὸ παντὸς σημείου | [1] herhangi bir noktadan |
| ἐπὶ πᾶν σημεῖον | herhangi bir noktaya |
| εὐθεῖαν γραμμὴν | bir doğru çizgi |
| ἀγαγεῖν. | ilerletmek. |
| | |
| καὶ πεπερασμένην εὐθεῖαν | [2] Ve sınırlanmış bir doğruyu |
| κατὰ τὸ συνεχὲς | kesiksiz şekilde |
| ἐπ᾽ εὐθείας | bir doğruda |
| ἐκβαλεῖν. | uzatmak. |
| | |
| καὶ παντὶ κέντρῳ | [3] Ve her merkez |
| καὶ διαστήματι | ve uzunluğa |
| κύκλον | bir daire |
| γράφεσθαι. | çizmek. |
| | |
| καὶ πάσας τὰς ὀρθὰς γωνίας | [4] Ve bütün dik açıların |
| ἴσας ἀλλήλαις εἶναι. | birbirine eşit olduğu. |
| | |
| καὶ ἐὰν εἰς δύο εὐθείας | [5] Ve eğer iki doğrunun üzerine |
| εὐθεῖα ἐμπίπτουσα | düşen bir doğru |
| τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη | aynı tarafta oluşturduğu iç |
| γωνίας | açıları |
| δύο ὀρθῶν ἐλάσσονας ποιῇ, | iki dik açıdan küçük yaparsa, |
| ἐκβαλλομένας | uzatıldıklarında |
| τὰς δύο εὐθείας | bu iki doğrunun |
| ἐπ᾽ ἄπειρον | sınırsızca |
| συμπίπτειν, | çarpışacağı, |
| ἐφ᾽ ἃ μέρη εἰσὶν αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες. | açıların iki dik açıdan küçük olduğu tarafta. |

## Κοιναὶ ἔννοιαι // Ortak kavramlar[11]

| | |
|---|---|
| Τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα<br>καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα. | [1] Aynı şeye eşitler<br>birbirine de eşittir.[12] |
| καὶ ἐὰν ἴσοις<br>ἴσα προστεθῇ,<br>τὰ ὅλα ἐστὶν ἴσα. | [2] Ve eğer eşitlere<br>eşitler eklenirse,<br>bütünler eşittir. |
| καὶ ἐὰν ἀπὸ ἴσων<br>ἴσα ἀφαιρεθῇ,<br>τὰ καταλειπόμενά ἐστιν ἴσα. | [3] Ve eğer eşitlerden<br>eşitler ayrılırsa,<br>kalanlar eşittir. |
| καὶ τὰ ἐφαρμόζοντα ἐπ᾽ ἀλλήλα<br>ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν. | [4] Ve birbirine uygulayan[13] şeyler<br>birbirine eşittir. |
| καὶ τὸ ὅλον<br>τοῦ μέρους μεῖζόν [ἐστιν]. | [5] Ve bütün,<br>parçadan büyüktür. |

[11] *Ortak kavram* adının yerine *aksiyom* kullanılabilir.
[12] Bu cümle, 1., 2., ve 13. önermelerde alıntılanır.
[13] Veya *birbiriyle çakışan.*

# Önermeler

## 1. Önerme

| | |
|---|---|
| Ἐπὶ τῆς δοθείσης | Verilmiş |
| εὐθείας πεπερασμένης | sınırlanmış doğrunun üzerinde |
| τρίγωνον ἰσόπλευρον | eşkenar üçgen |
| συστήσασθαι. | inşa etmek. |
| | |
| Ἔστω | Olsun |
| ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη | verilmiş sınırlanmış doğru |
| ἡ ΑΒ. | ΑΒ. |
| | |
| Δεῖ δὴ | O halde gereklidir |
| ἐπὶ τῆς ΑΒ εὐθείας | ΑΒ doğrusuna |
| τρίγωνον ἰσόπλευρον | eşkenar üçgen |
| συστήσασθαι. | inşa etmek. |
| | |
| Κέντρῳ μὲν τῷ Α | Α merkezine, |
| διαστήματι δὲ τῷ ΑΒ | ΑΒ uzaklığında olan |
| κύκλος γεγράφθω | daire çizilmiş olsun, |
| ὁ ΒΓΔ, | ΒΓΔ, |
| καὶ πάλιν | ve yine |
| κέντρῳ μὲν τῷ Β | Β merkezine, |
| διαστήματι δὲ τῷ ΒΑ | ΒΑ uzaklığında olan |
| κύκλος γεγράφθω | daire çizilmiş olsun, |
| ὁ ΑΓΕ, | ΑΓΕ, |
| καὶ ἀπὸ τοῦ Γ σημείου, καθ᾽ ὃ τέμνουσιν ἀλλήλους οἱ κύκλοι, | ve dairelerin kesiştiği Γ noktasından |
| ἐπί τὰ Α, Β σημεῖα | Α, Β noktalarına |
| ἐπεζεύχθωσαν | birleştirilmiş olsun |
| εὐθεῖαι αἱ ΓΑ, ΓΒ. | ΓΑ, ΓΒ doğruları. |

καὶ ἐπεὶ τὸ Α σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΓΔΒ κύκλου,
ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΑΒ·
πάλιν,
ἐπεὶ τὸ Β σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΓΑΕ κύκλου,
ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΒΑ.
ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΓΑ τῇ ΑΒ ἴση·

ἑκατέρα ἄρα τῶν ΓΑ, ΓΒ τῇ ΑΒ ἐστιν ἴση.
τὰ δὲ τῷ αὐτῷ ἴσα
καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα·
καὶ ἡ ΓΑ ἄρα τῇ ΓΒ ἐστιν ἴση·
αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ΓΑ, ΑΒ, ΒΓ
ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

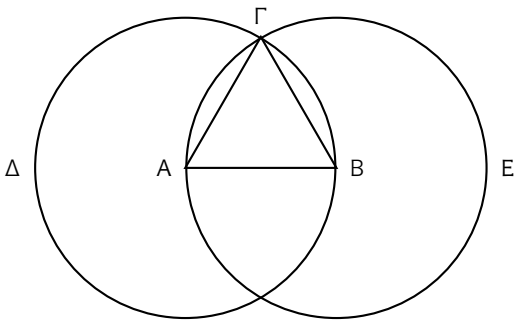
ἰσόπλευρον ἄρα
ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον.
καὶ συνέσταται
ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης τῆς ΑΒ.
ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Ve Α noktası ΓΔΒ dairesinin merkezi olduğundan,
ΑΓ, ΑΒ'ya eşittir.
Yine
Β noktası ΓΑΕ dairesinin merkezi olduğundan,
ΒΓ, ΒΑ'ya eşittir.
Ve ΓΑ'nın ΑΒ'ya eşit olduğu gösterilmişti.

Böylece ΓΑ ile ΓΒ'nın her biri ΑΒ'ya eşittir.
Ama aynı şeye eşitler
birbirine de eşittir.
Böylece ΓΑ da, ΓΒ'ya eşittir.
Böylece o üç doğru, ΓΑ, ΑΒ, ΒΓ,
birbirine eşittir.

Böylece eşkenardır
ΑΒΓ üçgeni.
Ve inşa edilmiştir
verilmiş sınırlanmış ΑΒ doğrusuna;

yapılması gereken tam buydu.



## 2. Önerme

| | |
|---|---|
| Πρὸς τῷ δοθέντι σημείῳ<br>τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην<br>εὐθεῖαν θέσθαι. | Verilmiş noktaya<br>verilmiş doğruya eşit olan<br>doğru yerleştirmek. |
| Ἔστω<br>τὸ μὲν δοθὲν σημεῖον τὸ Α,<br>ἡ δὲ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΒΓ· | Olsun<br>verilmiş nokta Α,<br>verilmiş doğru da ΒΓ. |
| δεῖ δὴ<br>πρὸς τῷ Α σημείῳ<br>τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ ΒΓ ἴσην<br>εὐθεῖαν θέσθαι. | O halde gereklidir<br>Α noktasına,<br>verilmiş ΒΓ doğrusuna eşit olan<br>bir doğru yerleştirmek. |
| Ἐπεζεύχθω γὰρ<br>ἀπὸ τοῦ Α σημείου ἐπὶ τὸ Β σημεῖον<br>εὐθεῖα ἡ ΑΒ,<br>καὶ συνεστάτω<br>ἐπ᾽ αὐτῆς<br>τρίγωνον ἰσόπλευρον τὸ ΔΑΒ,<br>καὶ ἐκβεβλήσθωσαν<br>ἐπ᾽ εὐθείας ταῖς ΔΑ, ΔΒ<br>εὐθεῖαι αἱ ΑΕ, ΒΖ,<br>καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Β<br>διαστήματι δὲ τῷ ΒΓ<br>κύκλος γεγράφθω ὁ ΓΗΘ,<br>καὶ πάλιν κέντρῳ τῷ Δ<br>καὶ διαστήματι τῷ ΔΗ<br>κύκλος γεγράφθω ὁ ΗΚΛ. | Zira birleştirilmiş olsun<br>Α noktasından Β noktasına<br>ΑΒ doğrusu,<br>ve inşa edilmiş olsun<br>bu [doğru] üzerine<br>eşkenar üçgen ΔΑΒ,<br>ve uzatılmış olsun<br>ΔΑ ile ΔΒ doğrularından<br>ΑΕ ile ΒΖ doğruları,<br>ve Β merkezine<br>ΒΓ uzaklığında<br>ΓΗΘ dairesi çizilmiş olsun,<br>ve yine Δ merkezine<br>ve ΔΗ uzaklığında<br>ΗΚΛ dairesi çizilmiş olsun. |
| Ἐπεὶ οὖν τὸ Β σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΓΗΘ,<br>ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΒΗ.<br>πάλιν, ἐπεὶ τὸ Δ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΗΚΛ κύκλου,<br>ἴση ἐστὶν ἡ ΔΛ τῇ ΔΗ, | Dolayısıyla Β noktası ΓΗΘ dairesinin merkezi olduğundan,<br>ΒΓ, ΒΗ'ya eşittir.<br>Yine, Δ noktası ΗΚΛ dairesinin merkezi olduğundan,<br>ΔΛ, ΔΗ'ya eşittir, |

ὧν ἡ ΔΑ τῇ ΔΒ ἴση ἐστίν.
λοιπὴ ἄρα ἡ ΑΛ
λοιπῇ τῇ ΒΗ ἐστιν ἴση.
ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΒΓ τῇ ΒΗ ἴση·

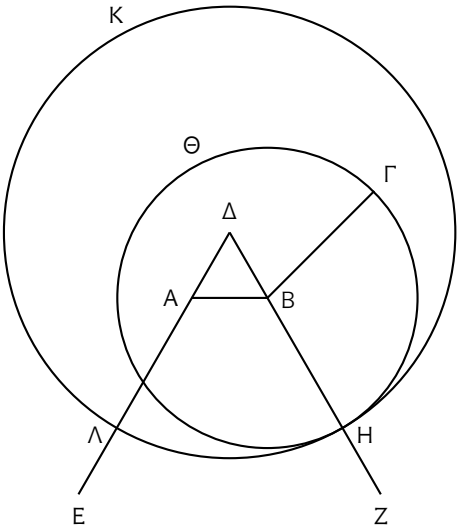
ἑκατέρα ἄρα τῶν ΑΛ, ΒΓ τῇ ΒΗ ἐστιν ἴση.
τὰ δὲ τῷ αὐτῷ ἴσα
καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα·
καὶ ἡ ΑΛ ἄρα τῇ ΒΓ ἐστιν ἴση.

Πρὸς ἄρα τῷ δοθέντι σημείῳ τῷ Α
τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ ΒΓ ἴση
εὐθεῖα κεῖται ἡ ΑΛ·
ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ve bunlardan ΔΑ, ΔΒ'ya eşittir.
Böylece ΑΛ kalanı,
ΒΗ kalanına eşittir.
Ve ΒΓ'nın ΒΗ'ya eşit olduğu gösterilmişti.

Böylece ΑΛ ile ΒΓ'nın her biri ΒΗ'ya eşittir.
Ama aynı şeye eşitler
birbirine de eşittir.
Ve böylece ΑΛ da, ΒΓ'ya eşittir.

Böylece verilmiş Α noktasına
verilmiş ΒΓ doğrusuna eşit olan
ΑΛ doğrusu oturuyor;
yapılması gereken tam buydu.

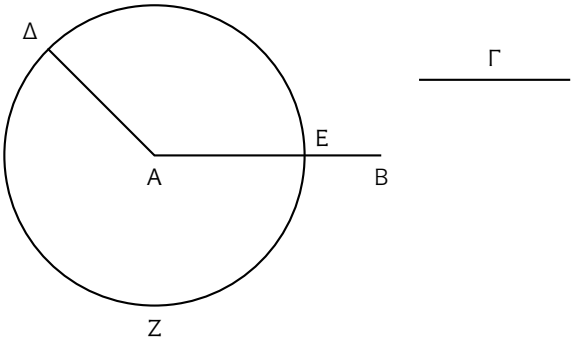


## 3. Önerme

| | |
|---|---|
| Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων | İki eşit olmayan doğru verilince |
| ἀπὸ τῆς μείζονος | daha büyükten |
| τῇ ἐλάσσονι ἴσην | daha küçüğe eşit olan |
| εὐθεῖαν ἀφελεῖν. | bir doğru ayırmak. |
| | |
| Ἔστωσαν | Olsun |
| αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι ἄνισοι | verilmiş iki eşit olmayan doğru |
| αἱ AB, Γ, | AB ile Γ, |
| ὧν μείζων ἔστω ἡ AB· | ve daha büyüğü AB olsun. |
| | |
| δεῖ δὴ | O halde gereklidir |
| ἀπὸ τῆς μείζονος τῆς AB | daha büyük olan AB'dan |
| τῇ ἐλάσσονι τῇ Γ ἴσην | daha küçük olan Γ'ya eşit olan |
| εὐθεῖαν ἀφελεῖν. | bir doğru ayırmak. |
| | |
| Κείσθω | Otursun |
| πρὸς τῷ A σημείῳ | A noktasına |
| τῇ Γ εὐθείᾳ ἴση ἡ AΔ· | Γ doğrusuna eşit olan AΔ. |
| καὶ κέντρῳ μὲν τῷ A | Ve A merkezine |
| διαστήματι δὲ τῷ AΔ | AΔ uzaklığında olan |
| κύκλος γεγράφθω ὁ ΔEZ. | ΔEZ dairesi çizilmiş olsun. |
| | |
| καὶ ἐπεὶ τὸ A σημεῖον | Ve A noktası, |
| κέντρον ἐστὶ τοῦ ΔEZ κύκλου, | ΔEZ dairesinin merkezi olduğundan, |
| ἴση ἐστὶν ἡ AE τῇ AΔ· | AE, AΔ'ya eşittir. |
| ἀλλὰ καὶ ἡ Γ τῇ AΔ ἐστιν ἴση. | Ama Γ da, AΔ'ya eşittir. |
| ἑκατέρα ἄρα τῶν AE, Γ | Böylece AE ile Γ'nın her biri |
| τῇ AΔ ἐστιν ἴση· | AΔ'ya eşittir. |
| ὥστε καὶ ἡ AE τῇ Γ ἐστιν ἴση. | Öyleyse AE da, Γ'ya eşittir. |
| | |
| Δύο ἄρα δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων τῶν AB, Γ | Böylece iki eşit olmayan AB ile Γ doğrusu verilince |
| ἀπὸ τῆς μείζονος τῆς AB | daha büyük olan AB'dan |

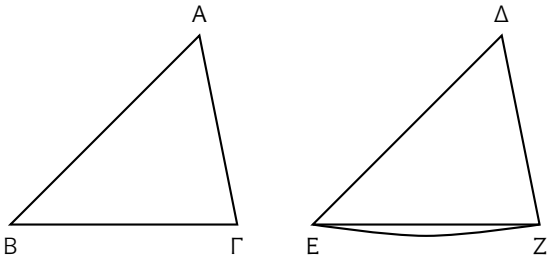
τῇ ἐλάσσονι τῇ Γ ἴση ἀφῄρηται ἡ ΑΕ·
ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

daha küçük olan Γ'ya eşit olan ΑΕ ayrılır;
yapılması gereken tam buydu.



## 4. Önerme

| | |
|---|---|
| Ἐὰν δύο τρίγωνα | Eğer iki üçgende |
| τὰς δύο πλευρὰς | iki kenar |
| [ταῖς] δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ | iki kenara eşit olursa, |
| ἑκατέραν ἑκατέρᾳ | her biri birine, |
| καὶ τὴν γωνίαν | ve açı, |
| τῇ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ | açıya eşit olursa, |
| τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν | [yani,] eşit doğrular tarafından |
| περιεχομένην, | içerilen, |
| καὶ τὴν βάσιν | taban da |
| τῇ βάσει ἴσην ἕξει, | tabana eşit olacak, |
| καὶ τὸ τρίγωνον | üçgen de |
| τῷ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, | üçgene eşit olacak, |
| καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι | ve kalan açılar da |
| ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται | kalan açılara eşit olacak, |
| ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, | her biri birine, |
| ὑφ᾽ ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ | [yani,] eşit kenarlar tarafından |
| ὑποτείνουσιν. | raptedilenler[14]. |




| | |
|---|---|
| Ἔστω | Olsun |
| δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ | iki üçgen ΑΒΓ ile ΔΕΖ, |
| τὰς δύο πλευρὰς τὰς ΑΒ, ΑΓ | iki ΑΒ ile ΑΓ kenarı |
| ταῖς δυσὶ πλευραῖς ταῖς ΔΕ, ΔΖ | iki ΔΕ ile ΔΖ kenarına |
| ἴσας ἔχοντα | eşit olan |

[14]Veya *eşit kenarlar tarafından görülenler.*

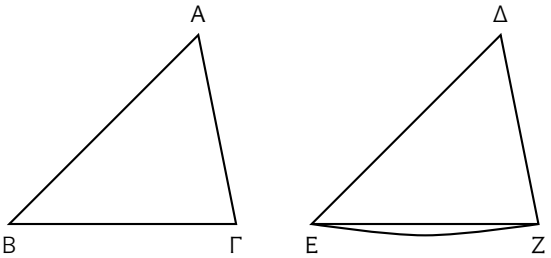
| | |
|---|---|
| ἑκατέραν ἑκατέρᾳ | her biri birine, |
| τὴν μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ τὴν δὲ ΑΓ τῇ ΔΖ | AB, ΔE'a ve AΓ, ΔZ'ya, |
| καὶ γωνίαν τὴν ὑπὸ ΒΑΓ | ve BAΓ [tarafından içerilen] açısı |
| γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἴσην. | EΔZ açısına eşit [olan]. |
| | |
| λέγω, ὅτι | Diyorum[15] ki, |
| καὶ βάσις ἡ ΒΓ | BΓ tabanıda, |
| βάσει τῇ ΕΖ ἴση ἐστίν, | EZ tabanına eşittir, |
| καὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον | ABΓ üçgeni de |
| τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, | ΔEZ üçgenine eşit olacak, |
| καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι | ve kalan açılar da |
| ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται | kalan açılara eşit olacak, |
| ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, | her biri birine, |
| ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ | eşit kenarlar tarafından |
| ὑποτείνουσιν, | raptedilenler: |
| ἡ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ, | ABΓ, ΔEZ'ya, |
| ἡ δὲ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ. | ve AΓB, ΔZE'a. |
| | |
| Ἐφαρμοζομένου γὰρ | Zira uygulanınca |
| τοῦ ΑΒΓ τριγώνου | ABΓ üçgeni, |
| ἐπὶ τὸ ΔΕΖ τρίγωνον | ΔEZ üçgeninin üstüne, |
| καὶ τιθεμένου | ve yerleştirilince |
| τοῦ μὲν Α σημείου | A noktası, |
| ἐπὶ τὸ Δ σημεῖον | Δ noktasına, |
| τῆς δὲ ΑΒ εὐθείας | ve AB doğrusu, |
| ἐπὶ τὴν ΔΕ, | ΔE'a, |
| ἐφαρμόσει καὶ | uygulayacak da |
| τὸ Β σημεῖον ἐπὶ τὸ Ε | B noktası da E'a, |
| διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ΑΒ τῇ ΔΕ· | çünkü AB, ΔE'a eşittir. |
| ἐφαρμοσάσης δὴ | O halde uygulamış olunca |
| τῆς ΑΒ ἐπὶ τὴν ΔΕ | AB, ΔE'a, |
| ἐφαρμόσει καὶ | uygulayacak da |
| ἡ ΑΓ εὐθεῖα ἐπὶ τὴν ΔΖ | AΓ doğrusu, ΔZ'ya, |
| διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ὑπὸ ΒΑΓ γωνίαν τῇ ὑπὸ ΕΔΖ· | çünkü BAΓ açısı, EΔZ'ya eşittir. |
| ὥστε καὶ τὸ Γ σημεῖον | Öyleyse Γ noktası da |

[15] Veya *İddia ediyorum.*

| | |
|---|---|
| ἐπὶ τὸ Ζ σημεῖον ἐφαρμόσει | Ζ noktasına uygulayacak, |
| διὰ τὸ ἴσην πάλιν εἶναι τὴν ΑΓ τῇ ΔΖ. | yine çünkü ΑΓ, ΔΖ'ya eşittir. |
| ἀλλὰ μὴν καὶ τὸ Β | Ama tabii ki Β da, |
| ἐπὶ τὸ Ε ἐφηρμόκει· | Ε'a uygulamıştır; |
| ὥστε βάσις ἡ ΒΓ | öyleyse ΒΓ tabanı, |
| ἐπὶ βάσιν τὴν ΕΖ ἐφαρμόσει. | ΕΖ tabanına uygulayacak. |
| εἰ γὰρ | Zira eğer, |
| τοῦ μὲν Β ἐπὶ τὸ Ε ἐφαρμόσαντος | Β, Ε'a uygulayınca, |
| τοῦ δὲ Γ ἐπὶ τὸ Ζ | ve Γ, Ζ'ya, |
| ἡ ΒΓ βάσις | ΒΓ tabanı |
| ἐπὶ τὴν ΕΖ οὐκ ἐφαρμόσει, | ΕΖ tabanına uygulamayacaksa, |
| δύο εὐθεῖαι χωρίον περιέξουσιν· | iki doğru bir alan içerecek, |
| ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. | ki bu imkânsızdır. |
| ἐφαρμόσει ἄρα ἡ ΒΓ βάσις | Böylece uygulayacak ΒΓ tabanı, |
| ἐπὶ τὴν ΕΖ | ΕΖ tabanına |
| καὶ ἴση αὐτῇ ἔσται· | ve ona eşit olacak. |
| ὥστε καὶ ὅλον τὸ ΑΒΓ τρίγωνον | Dolayısıyla bütün ΑΒΓ üçgeni de, |
| ἐπὶ ὅλον τὸ ΔΕΖ τρίγωνον | bütün ΔΕΖ üçgenine |
| ἐφαρμόσει | uygulayacak, |
| καὶ ἴσον αὐτῷ ἔσται, | ve ona eşit olacak, |
| καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι | ve kalan açılar |
| ἐπὶ τὰς λοιπὰς γωνίας | kalan açılara |
| ἐφαρμόσουσι | uygulayacak, |
| καὶ ἴσαι αὐταῖς ἔσονται, | ve onlara eşit olacak: |
| ἡ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ | ΑΒΓ, ΔΕΖ'ya |
| ἡ δὲ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ. | ve ΑΓΒ, ΔΖΕ'a. |
| | |
| Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα | Böylece, eğer iki üçgende |
| τὰς δύο πλευρὰς | iki kenar |
| [ταῖς] δύο πλευραῖς ἴσας ἔχῃ | iki kenara eşit olursa |
| ἑκατέραν ἑκατέρᾳ | (her biri birine) |
| καὶ τὴν γωνίαν | ve açı |
| τῇ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ | açıya eşit olursa |
| τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν | [yani,] eşit doğrular tarafından |
| περιεχομένην, | içerilen, |
| καὶ τὴν βάσιν | taban da |
| τῇ βάσει ἴσην ἕξει, | tabana eşit olacak, |
| καὶ τὸ τρίγωνον | üçgen de |

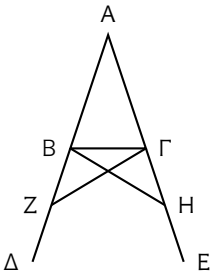
τῷ τριγώνῳ ἴσον ἔσται,
καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι
ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται
ἑκατέρα ἑκατέρᾳ,
ὑφ᾽ ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ
ὑποτείνουσιν·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

üçgene eşit olacak,
ve kalan açılar da
kalan açılara eşit olacak,
her biri birine,
[yani] eşit kenarlar tarafından
raptedilenler;
gösterilmesi gereken tam buydu.



## 5. Önerme

| | |
|---|---|
| Τῶν ἰσοσκελῶν τριγώνων | İkizkenar üçgenlerde, |
| αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι | tabandaki açılar |
| ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, καὶ | birbirine eşittir, ve, |
| προσεκβληθεισῶν τῶν ἴσων εὐθειῶν | eşit doğrular uzatıldığında, |
| αἱ ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίαι | tabanın altında kalan açılar |
| ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται. | birbirine eşit olacak. |




| | |
|---|---|
| Ἔστω | Olsun |
| τρίγωνον ἰσοσκελὲς τὸ ΑΒΓ | ikizkenar üçgen ΑΒΓ, |
| ἴσην ἔχον τὴν ΑΒ πλευρὰν τῇ ΑΓ πλευρᾷ, | ΑΒ kenarı ΑΓ kenarına eşit olan, |
| καὶ προσεκβεβλήσθωσαν | ve uzatılmış olsun |
| ἐπ᾽ εὐθείας ταῖς ΑΒ, ΑΓ | ΑΒ ve ΑΓ doğrularından |
| εὐθεῖαι αἱ ΒΔ, ΓΕ· | ΒΔ ve ΓΕ doğruları. |
| | |
| λέγω, ὅτι | Diyorum ki |
| ἡ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ γωνία | ΑΒΓ açısı, |
| τῇ ὑπὸ ΑΓΒ ἴση ἐστίν, | ΑΓΒ'ya eşittir |
| ἡ δὲ ὑπὸ ΓΒΔ τῇ ὑπὸ ΒΓΕ. | ve ΓΒΔ, ΒΓΕ'a eşittir |
| | |
| Εἰλήφθω γὰρ | Zira alınmış olsun |
| ἐπὶ τῆς ΒΔ | ΒΔ üzerinde |
| τυχὸν σημεῖον τὸ Ζ, | rastgele bir Ζ noktası, |
| καὶ ἀφῃρήσθω | ve ayrılmış olsun |
| ἀπὸ τῆς μείζονος τῆς ΑΕ | büyük olan ΑΕ'dan |

τῇ ἐλάσσονι τῇ ΑΖ ἴση ἡ ΑΗ,
καὶ ἐπεζεύχθωσαν
αἱ ΖΓ, ΗΒ εὐθεῖαι.

küçük olan ΑΖ'ya eşit olan ΑΗ,
ve birleştirilmiş olsun
ΖΓ ve ΗΒ doğruları.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν
ἡ μὲν ΑΖ τῇ ΑΗ
ἡ δὲ ΑΒ τῇ ΑΓ,
δύο δὴ αἱ ΖΑ, ΑΓ
δυσὶ ταῖς ΗΑ, ΑΒ ἴσαι εἰσὶν
ἑκατέρα ἑκατέρᾳ·
καὶ γωνίαν κοινὴν περιέχουσι
τὴν ὑπὸ ΖΑΗ·
βάσις ἄρα ἡ ΖΓ βάσει
τῇ ΗΒ ἴση ἐστίν,
καὶ τὸ ΑΖΓ τρίγωνον
τῷ ΑΗΒ τριγώνῳ ἴσον ἔσται,
καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι
ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται
ἑκατέρα ἑκατέρᾳ,
ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν,
ἡ μὲν ὑπὸ ΑΓΖ τῇ ὑπὸ ΑΒΗ,
ἡ δὲ ὑπὸ ΑΖΓ τῇ ὑπὸ ΑΗΒ.
καὶ ἐπεὶ ὅλη ἡ ΑΖ
ὅλῃ τῇ ΑΗ ἐστιν ἴση,
ὧν ἡ ΑΒ
τῇ ΑΓ ἐστιν ἴση,
λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΖ
λοιπῇ τῇ ΓΗ ἐστιν ἴση.
ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΖΓ
τῇ ΗΒ ἴση·
δύο δὴ αἱ ΒΖ, ΖΓ
δυσὶ ταῖς ΓΗ, ΗΒ ἴσαι εἰσὶν
ἑκατέρα ἑκατέρᾳ·
καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΖΓ
γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΓΗΒ ἴση,
καὶ βάσις αὐτῶν κοινὴ ἡ ΒΓ·
καὶ τὸ ΒΖΓ ἄρα τρίγωνον
τῷ ΓΗΒ τριγώνῳ ἴσον ἔσται,

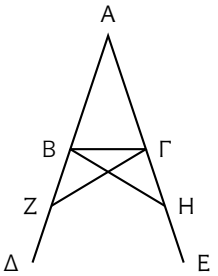
Dolayısıyla eşit olduğundan
ΑΖ, ΑΗ'ya
ve ΑΒ, ΑΓ'ya,
o halde ΖΑ, ΑΓ ikilisi
ΗΑ, ΑΒ ikilisine eşittir,
her biri birine;
ve ortak bir açıyı sınırlandırırlar,
(yani) ΖΑΗ'yı;
böylece ΖΓ tabanı
ΗΒ tabanına eşittir,
ve ΑΖΓ üçgeni
ΑΗΒ üçgenine eşit olacak,
ve kalan açılar
kalan açılara eşit olacak,
her biri birine,
(yani) eşit kenarları raptedenler;
ΑΓΖ, ΑΒΗ'ya,
ve ΑΖΓ, ΑΗΒ'ya.
Ve bütün ΑΖ
bütün ΑΗ'ya eşit olduğundan,
ve bunların [parçalarından] ΑΒ
ΑΓ'ya eşit olduğundan,
böylece ΒΖ kalanı
ΓΗ kalanına eşittir.
Ve gösterilmişti ΖΓ'nın
ΗΒ'ya eşit olduğu.
O halde ΒΖ ve ΖΓ ikilisi
ΓΗ ve ΗΒ ikilisine eşittir,
her biri birine,
ve ΒΖΓ açısı,
ΓΗΒ açısına eşittir,
ve onların ortak tabanı ΒΓ'dır;
Böylece ΒΖΓ üçgeni de
ΓΗΒ üçgenine eşit olacak,

καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι
ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται
ἑκατέρα ἑκατέρᾳ,
ὑφ᾽ ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν·
ἴση ἄρα ἐστὶν
ἡ μὲν ὑπὸ ΖΒΓ τῇ ὑπὸ ΗΓΒ
ἡ δὲ ὑπὸ ΒΓΖ τῇ ὑπὸ ΓΒΗ.
ἐπεὶ οὖν ὅλη ἡ ὑπὸ ΑΒΗ γωνία
ὅλῃ τῇ ὑπὸ ΑΓΖ γωνίᾳ
ἐδείχθη ἴση,
ὧν ἡ ὑπὸ ΓΒΗ
τῇ ὑπὸ ΒΓΖ ἴση,
λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΓ
λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΑΓΒ ἐστιν ἴση·
καί εἰσι πρὸς τῇ βάσει
τοῦ ΑΒΓ τριγώνου.
ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΖΒΓ
τῇ ὑπὸ ΗΓΒ ἴση·
καί εἰσιν ὑπὸ τὴν βάσιν.

ve kalan açılar
kalan açılarına eşit olacak,
her biri birine,
aynı kenarları raptedenler.
Böylece eşittir
ΖΒΓ, ΗΓΒ'ya,
ve ΒΓΖ, ΓΒΗ'ya.
Dolayısıyla bütün ΑΒΗ açısının
bütün ΑΓΖ açısına
eşit olduğu gösterilmiş olduğundan
ve bunların [parçalarından] ΓΒΗ,
ΒΓΖ'ya eşit olduğundan,
böylece kalan ΑΒΓ,
kalan ΑΓΒ'ya eşittir;
ve bunlar tabanındadır
ΑΒΓ üçgeninin.
Ve gösterilmişti ΖΒΓ'nın
ΗΓΒ'ya eşit olduğu;
ve bunlar tabanın altındadır.

Τῶν ἄρα ἰσοσκελῶν τριγώνων
αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι
ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, καὶ
προσεκβληθεισῶν τῶν ἴσων εὐθειῶν
αἱ ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίαι
ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Böylece ikizkenar üçgenlerde,
tabandaki açılar
birbirine eşittir, ve,
eşit doğrular uzatıldığında,
tabanın altında kalan açılar
birbirine eşit olacak;
gösterilmesi gereken tam buydu.



## 6. Önerme

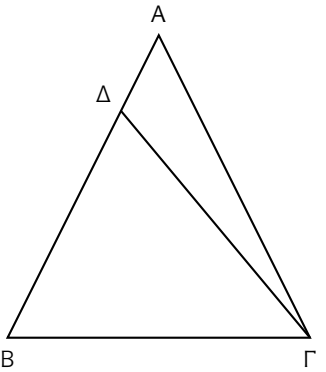
| | |
|---|---|
| Ἐὰν τριγώνου αἱ δύο γωνίαι | Eğer bir üçgenin iki açısı |
| ἴσαι ἀλλήλαις ὦσιν, | birbirine eşit ise, |
| καὶ αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας | eşit açıları |
| ὑποτείνουσαι πλευραὶ | rapteden kenarlar da |
| ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται. | birbirine eşit olacaktır. |
| | |
| Ἔστω | Olsun |
| τρίγωνον τὸ ΑΒΓ | üçgen ΑΒΓ, |
| ἴσην ἔχον τὴν ὑπὸ ΑΒΓ γωνίαν | ΑΒΓ açısı eşit olan |
| τῇ ὑπὸ ΑΓΒ γωνίᾳ· | ΑΓΒ açısına. |
| | |
| λέγω, ὅτι | Diyorum ki |
| καὶ πλευρὰ ἡ ΑΒ | ΑΒ kenarı da |
| πλευρᾷ τῇ ΑΓ ἐστιν ἴση. | ΑΓ kenarına eşittir. |
| | |
| Εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΑΓ, | Zira eğer ΑΒ, ΑΓ'ya eşit değilse, |
| ἡ ἑτέρα αὐτῶν μείζων ἐστίν. | biri daha büyüktür. |
| ἔστω μείζων ἡ ΑΒ, | ΑΒ daha büyük olsun, |
| καὶ ἀφῃρήσθω | ve ayrılmış olsun |
| ἀπὸ τῆς μείζονος τῆς ΑΒ | daha büyük olan ΑΒ'dan |
| τῇ ἐλάττονι τῇ ΑΓ ἴση | daha küçük olan ΑΓ'ya eşit olan |
| ἡ ΔΒ, | ΔΒ, |
| καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΓ. | ve ΔΓ birleştirilmiş olsun. |
| | |
| Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΔΒ τῇ ΑΓ | Dolayısıyla ΔΒ, ΑΓ'ya eşit olduğundan, |
| κοινὴ δὲ ἡ ΒΓ, | ve ΒΓ ortak olduğundan, |
| δύο δὴ αἱ ΔΒ, ΒΓ | o halde ΔΒ, ΒΓ ikilisi |
| δύο ταῖς ΑΓ, ΓΒ ἴσαι εἰσὶν | ΑΓ, ΒΓ ikilisine eşittir |
| ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, | her biri birine, |
| καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΔΒΓ | ve ΔΒΓ açısı |
| γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΑΓΒ ἐστιν ἴση· | ΑΓΒ açısına eşittir; |
| βάσις ἄρα ἡ ΔΓ | böylece ΔΓ tabanı |
| βάσει τῇ ΑΒ ἴση ἐστίν, | ΑΒ tabanına eşittir, |
| καὶ τὸ ΔΒΓ τρίγωνον | ve ΔΒΓ üçgeni |

τῷ ΑΓΒ τριγώνῳ ἴσον ἔσται,
τὸ ἔλασσον τῷ μείζονι·
ὅπερ ἄτοπον·
οὐκ ἄρα ἀνισός ἐστιν
ἡ ΑΒ τῇ ΑΓ·
ἴση ἄρα.

ΑΓΒ üçgenine eşit olacak,
daha küçük daha büyüğe;
ki bu saçmadır;
böylece eşit değil değildir
AB, AΓ'ya;
böylece eşittir.

Ἐὰν ἄρα τριγώνου αἱ δύο γωνίαι
ἴσαι ἀλλήλαις ὦσιν,
καὶ αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας
ὑποτείνουσαι πλευραὶ
ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Böylece eğer bir üçgenin iki açısı
birbirine eşit ise,
eşit açıları
rapteden kenarlar da
birbirine eşit olacaklar;
gösterilmesi gereken tam buydu.



## 7. Önerme

| | |
|---|---|
| Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας | Aynı doğru üzerinde, |
| δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις | aynı iki doğruya |
| ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι | eşit olan başka iki doğru, |
| ἑκατέρα ἑκατέρᾳ | her biri birine, |
| οὐ συσταθήσονται | inşa edilmeyecek |
| πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ | bir ve başka bir noktaya, |
| ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη | aynı tarafta, |
| τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι | aynı sınırları olan |
| ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις. | başlangıçtaki doğrularla.[16] |
| | |
| Εἰ γὰρ δυνατόν, | Zira eğer mümkünse, |
| ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας τῆς ΑΒ | aynı ΑΒ doğrusu üzerinde |
| δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις ταῖς ΑΓ, ΓΒ | verilmiş iki ΑΓ, ΓΒ doğrusuna |
| ἄλλαι δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΔ, ΔΒ ἴσαι | eşit başka iki ΑΔ, ΔΒ doğrusu |
| ἑκατέρα ἑκατέρᾳ | her biri birine |
| συνεστάτωσαν | inşa edilmiş olsun |
| πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ | bir ve başka bir noktaya, |
| τῷ τε Γ καὶ Δ | hem Γ'ya hem Δ'ya, |
| ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη | aynı tarafta, |
| τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι, | aynı sınırları olan, |
| ὥστε ἴσην εἶναι | öyle ki eşit olsun |
| τὴν μὲν ΓΑ τῇ ΔΑ | hem ΓΑ, ΔΑ'ya, |
| τὸ αὐτὸ πέρας ἔχουσαν αὐτῇ | kendisiyle aynı sınıra sahip olan, |
| τὸ Α, | [yani] Α; |
| τὴν δὲ ΓΒ τῇ ΔΒ | hem de ΓΒ, ΔΒ'ya, |
| τὸ αὐτὸ πέρας ἔχουσαν αὐτῇ | kendisiyle aynı sınıra sahip olan, |
| τὸ Β, | [yani] Β, |
| καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΓΔ. | ve ΓΔ birleştirilmiş olsun. |
| | |
| Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν | Dolayısıyla eşit olduğundan |
| ἡ ΑΓ τῇ ΑΔ, | ΑΓ, ΑΔ'ya, |
| ἴση ἐστὶ | eşittir |
| καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΔ τῇ ὑπὸ ΑΔΓ· | ΑΓΔ açısı da, ΑΔΓ'ya; |

[16] Heath [5, I.259], 21. önermeyle karşılaştırmamızı önerir.

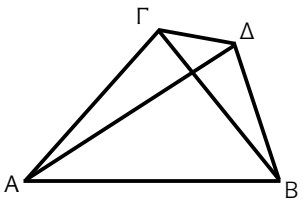
μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΔΓ
τῆς ὑπὸ ΔΓΒ·
πολλῷ ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΔΒ μείζων ἐστί
τῆς ὑπὸ ΔΓΒ.
πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΓΒ τῇ ΔΒ,
ἴση ἐστὶ
καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΓΔΒ
γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΓΒ.
ἐδείχθη δὲ αὐτῆς καὶ πολλῷ μείζων·

ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον.

Οὐκ ἄρα
ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας
δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις
ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι
ἑκατέρα ἑκατέρᾳ
συσταθήσονται
πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ
ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη
τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι
ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

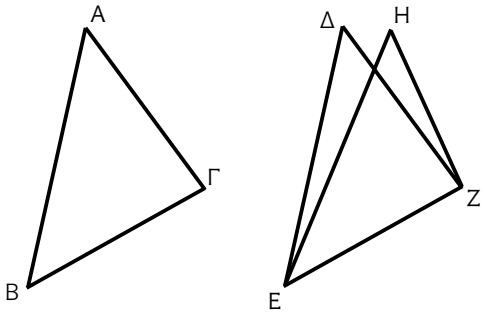
böylece ΑΔΓ büyüktür
ΔΓΒ'dan;
böylece ΓΔΒ çok daha büyüktür
ΔΓΒ'dan.
Yine ΓΒ, ΔΒ'ya eşit olduğundan,
eşittir
ΓΔΒ açısı da,
ΔΓΒ açısına.
Ve ondan çok daha büyük olduğu
gösterilmişti;
ki bu imkânsızdır.

Böylece olmaz:
aynı doğru üzerinde,
iki verilmiş doğruya,
eşit iki başka doğru,
her biri birine,
inşa edilmeyecek
bir ve başka bir noktaya,
aynı tarafta,
aynı sınırları olan
başlangıçtaki doğrularla;
gösterilmesi gereken tam buydu.



## 8. Önerme

| | |
|---|---|
| Ἐὰν δύο τρίγωνα | Eğer iki üçgende |
| τὰς δύο πλευρὰς | iki kenar |
| [ταῖς] δύο πλευραῖς ἴσας ἔχῃ | iki kenara eşit ise, |
| ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, | her biri birine, |
| ἔχῃ δὲ καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην, | ve taban tabana eşit ise, |
| καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἕξει | açı da açıya eşit olacak, |
| τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν | eşit doğrularca |
| περιεχομένην. | içerilen. |




| | |
|---|---|
| Ἔστω | Olsun |
| δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ | iki üçgen ΑΒΓ ve ΔΕΖ, |
| τὰς δύο πλευρὰς τὰς ΑΒ, ΑΓ | iki ΑΒ ile ΑΓ kenarı |
| ταῖς δύο πλευραῖς ταῖς ΔΕ, ΔΖ | iki ΔΕ ile ΔΖ kenarına |
| ἴσας ἔχοντα | eşit olan |
| ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, | her biri birine, |
| τὴν μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ | ΑΒ, ΔΕ'a, |
| τὴν δὲ ΑΓ τῇ ΔΖ· | ΑΓ da, ΔΖ'ya; |
| ἐχέτω δὲ | olsun |
| καὶ βάσιν τὴν ΒΓ βάσει τῇ ΕΖ ἴσην· | bir de ΒΓ tabanı ΕΖ tabanına eşit. |

| | |
|---|---|
| λέγω, ὅτι | Diyorum ki |
| καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ | bir de ΒΑΓ açısı da |
| γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἐστιν ἴση. | ΕΔΖ açısına eşittir. |

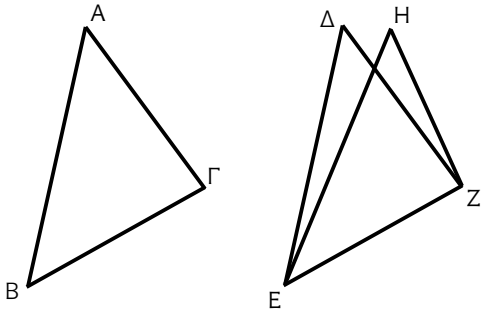
| | |
|---|---|
| Ἐφαρμοζομένου γὰρ | Zira uygulanınca |
| τοῦ ΑΒΓ τριγώνου | ΑΒΓ üçgeni |
| ἐπὶ τὸ ΔΕΖ τρίγωνον | ΔΕΖ üçgene, |
| καὶ τιθεμένου | ve yerleştirilince |
| τοῦ μὲν Β σημείου ἐπὶ τὸ Ε σημεῖον | Β noktası, Ε noktasına, |
| τῆς δὲ ΒΓ εὐθείας ἐπὶ τὴν ΕΖ | ve ΒΓ doğrusu, ΕΖ'ya, |
| ἐφαρμόσει καὶ | uygulayacak da |
| τὸ Γ σημεῖον ἐπὶ τὸ Ζ | Γ noktası, Ζ'ya, |
| διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ΒΓ τῇ ΕΖ· | çünkü ΒΓ, ΕΖ'ya eşittir. |
| ἐφαρμοσάσης δὴ | Uygulayınca, o halde, |
| τῆς ΒΓ ἐπὶ τὴν ΕΖ | ΒΓ, ΕΖ'ya, |
| ἐφαρμόσουσι καὶ αἱ ΒΑ, ΓΑ | bir de ΒΑ ve ΓΑ, uygulayacak |
| ἐπὶ τὰς ΕΔ, ΔΖ. | ΕΔ ve ΔΖ'ya. |
| εἰ γὰρ βάσις μὲν ἡ ΒΓ | Zira eğer ΒΓ tabanı, |
| ἐπὶ βάσιν τὴν ΕΖ ἐφαρμόσει, | ΕΖ tabanına uygularsa, |
| αἱ δὲ ΒΑ, ΑΓ πλευραὶ | ve ΒΑ ve ΑΓ kenarları |
| ἐπὶ τὰς ΕΔ, ΔΖ οὐκ ἐφαρμόσουσιν | ΕΔ ve ΔΖ'ya uygulamazsa, |
| ἀλλὰ παραλλάξουσιν | ama saparsa, |
| ὡς αἱ ΕΗ, ΗΖ, | ΕΗ ve ΗΖ olarak, |
| συσταθήσονται | inşa edilecek |
| ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας | aynı doğru üzerinde, |
| δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις | aynı iki doğruya |
| ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι | eşit olan başka iki doğru, |
| ἑκατέρα ἑκατέρᾳ | her biri birine, |
| πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ | bir ve başka bir noktaya |
| ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη | aynı tarafta |
| τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι. | aynı sınırları olan. |
| οὐ συνίστανται δέ· | Ama inşa edilmez; |
| οὐκ ἄρα | böylece olmaz: |
| ἐφαρμοζομένης τῆς ΒΓ βάσεως | ΒΓ tabanı uygulayınca |
| ἐπὶ τὴν ΕΖ βάσιν | ΕΖ tabanına, |
| οὐκ ἐφαρμόσουσι | uygulamayacak |
| καὶ αἱ ΒΑ, ΑΓ πλευραὶ | ΒΑ ve ΑΓ kenarları da, |
| ἐπὶ τὰς ΕΔ, ΔΖ. | ΕΔ ve ΔΖ'ya. |
| ἐφαρμόσουσιν ἄρα· | Böylece uygulayacaklar. |
| ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ | Öyleyse ΒΑΓ açısı da |

ἐπὶ γωνίαν τὴν ὑπὸ ΕΔΖ
ἐφαρμόσει
καὶ ἴση αὐτῇ ἔσται.

ΕΔΖ açısına
uygulayacak
ve ona eşit olacak.

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα
τὰς δύο πλευρὰς
[ταῖς] δύο πλευραῖς ἴσας ἔχῃ
ἑκατέραν ἑκατέρᾳ,
ἔχῃ δὲ καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην,
καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἕξει
τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν
περιεχομένην·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Eğer, böylece, iki üçgende
iki kenar
iki kenara eşit ise
her biri birine,
ve taban tabana eşit ise,
açı da açıya eşit olacak,
eşit doğrularca
içerilen;
gösterilmesi gereken tam buydu.

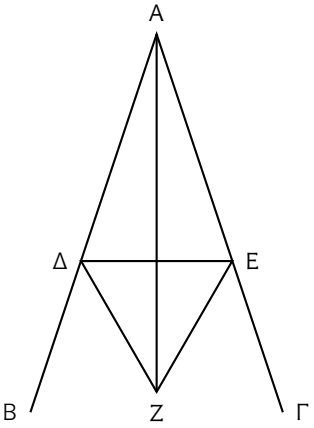


## 9. Önerme

| | |
|---|---|
| Τὴν δοθεῖσαν γωνίαν εὐθύγραμμον<br>δίχα τεμεῖν. | Verilmiş düzkenar açıyı<br>ikiye bölmek. |
| Ἔστω<br>ἡ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος<br>ἡ ὑπὸ ΒΑΓ. | Olsun<br>verilmiş düzkenar açı<br>ΒΑΓ. |
| δεῖ δὴ<br>αὐτὴν δίχα τεμεῖν. | O halde gereklidir<br>onun ikiye bölünmesi. |
| Εἰλήφθω<br>ἐπὶ τῆς ΑΒ τυχὸν σημεῖον τὸ Δ,<br>καὶ ἀφῃρήσθω<br>ἀπὸ τῆς ΑΓ<br>τῇ ΑΔ ἴση ἡ ΑΕ,<br>καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΕ,<br>καὶ συνεστάτω ἐπὶ τῆς ΔΕ<br>τρίγωνον ἰσόπλευρον τὸ ΔΕΖ,<br>καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΖ· | alınmış olsun<br>ΑΒ üzerinde rastgele bir Δ noktası,<br>ve ayrılmış olsun<br>ΑΓ doğrusundan<br>ΑΔ'ya eşit olan ΑΕ,<br>ve ΔΕ birleştirilmiş olsun,<br>ve inşa edilmiş olsun ΔΕ üzerinde<br>bir ΔΕΖ eşkenar üçgeni,<br>ve ΑΖ birleştirilmiş olsun. |
| λέγω, ὅτι<br>ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία δίχα τέτμηται<br>ὑπὸ τῆς ΑΖ εὐθείας.<br>Ἐπεὶ γὰρ<br>ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΑΕ,<br>κοινὴ δὲ ἡ ΑΖ,<br>δύο δὴ αἱ ΔΑ, ΑΖ<br>δυσὶ ταῖς ΕΑ, ΑΖ ἴσαι εἰσὶν<br>ἑκατέρα ἑκατέρᾳ.<br>καὶ βάσις ἡ ΔΖ<br>βάσει τῇ ΕΖ ἴση ἐστίν·<br>γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΑΖ<br>γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΑΖ ἴση ἐστίν. | Diyorum ki<br>ΒΑΓ açısı ikiye bölünmüş oldu<br>ΑΖ doğrusu tarafından.<br>Zira olduğundan<br>ΑΔ ΑΕ'a eşit,<br>ve ΑΖ ortak,<br>o halde ΔΑ, ΑΖ ikilisi<br>ΕΑ, ΑΖ ikilisine eşittir<br>her biri birine,<br>ve ΔΖ tabanı<br>ΕΖ tabanına eşittir;<br>böylece ΔΑΖ açısı<br>ΕΑΖ açısına eşittir. |
| Ἡ ἄρα δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος | Böylece verilmiş düzkenar açı |

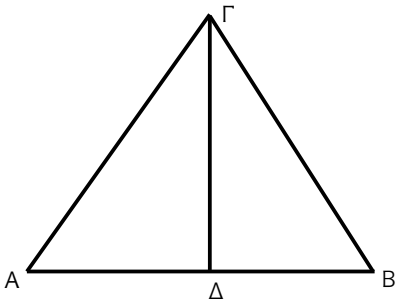
ἡ ὑπὸ ΒΑΓ
δίχα τέτμηται
ὑπὸ τῆς ΑΖ εὐθείας·
ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ΒΑΓ
ikiye bölünmüş oldu
ΑΖ doğrusunca;
yapılması gereken tam buydu.



## 10. Önerme

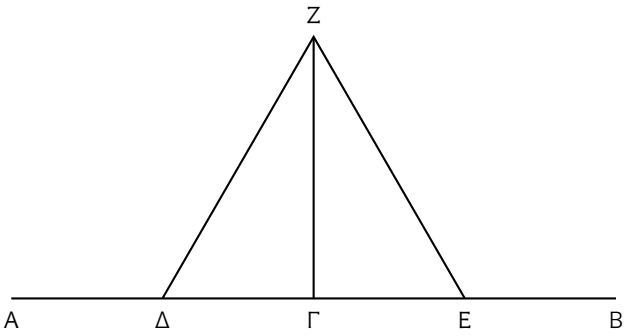
| | |
|---|---|
| Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην<br>δίχα τεμεῖν. | Verilmiş sınırlı doğruyu<br>ikiye bölmek. |
| Ἔστω<br>ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη<br>ἡ ΑΒ· | Olsun<br>verilmiş sınırlı doğru<br>ΑΒ. |
| δεῖ δὴ<br>τὴν ΑΒ εὐθεῖαν πεπερασμένην<br>δίχα τεμεῖν. | O halde gereklidir<br>ΑΒ sınırlı doğrusunu<br>ikiye bölmek. |
| Συνεστάτω ἐπ᾽ αὐτῆς<br>τρίγωνον ἰσόπλευρον τὸ ΑΒΓ,<br>καὶ τετμήσθω<br>ἡ ὑπὸ ΑΓΒ γωνία δίχα<br>τῇ ΓΔ εὐθείᾳ· | İnşa edilmiş olsun üzerinde<br>ΑΒΓ eşkenar üçgeni,<br>ve bölünmüş olsun<br>ΑΓΒ açısı ikiye<br>ΓΔ doğrusunca. |
| λέγω, ὅτι<br>ἡ ΑΒ εὐθεῖα δίχα τέτμηται<br>κατὰ τὸ Δ σημεῖον.<br>Ἐπεὶ γὰρ<br>ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΓΒ,<br>κοινὴ δὲ ἡ ΓΔ,<br>δύο δὴ αἱ ΑΓ, ΓΔ<br>δύο ταῖς ΒΓ, ΓΔ ἴσαι εἰσὶν<br>ἑκατέρα ἑκατέρᾳ·<br>καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΔ<br>γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΓΔ ἴση ἐστίν·<br>βάσις ἄρα ἡ ΑΔ<br>βάσει τῇ ΒΔ ἴση ἐστίν. | Diyorum ki<br>ΑΒ doğrusu ikiye bölünmüş oldu<br>Δ noktasında.<br>Zira olduğundan<br>ΑΓ ΑΒ kenarına eşit,<br>ve ΓΔ ortak,<br>o halde ΑΓ ve ΓΔ ikilisi<br>ΒΓ, ΓΔ ikilisine eşittir,<br>her biri birine,<br>ve ΑΓΔ açısı<br>ΒΓΔ açısına eşittir;<br>böylece ΑΔ tabanı<br>ΒΔ tabanına eşittir. |
| Ἡ ἄρα δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη<br>ἡ ΑΒ<br>δίχα τέτμηται κατὰ τὸ Δ·<br>ὅπερ ἔδει ποιῆσαι. | Böylece verilmiş sınırlı<br>ΑΒ,<br>Δ noktasında ikiye bölünmüş oldu;<br>yapılması gereken tam buydu. |


Γ
A
Δ
B

## 11. Önerme

| | |
|---|---|
| Τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ | Verilmiş bir doğruya |
| ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου | üzerinde verilmiş bir noktadan |
| πρὸς ὀρθὰς γωνίας | dik açılarda |
| εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν. | bir doğru ilerletmek. |
| | |
| Ἔστω | Olsun |
| ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ | verilmiş doğru ΑΒ, |
| τὸ δὲ δοθὲν σημεῖον ἐπ᾽ αὐτῆς τὸ Γ· | ve üzerinde verilmiş nokta Γ. |
| | |
| δεῖ δὴ | O halde gereklidir |
| ἀπὸ τοῦ Γ σημείου | Γ noktasından |
| τῇ ΑΒ εὐθείᾳ | ΑΒ doğrusuna |
| πρὸς ὀρθὰς γωνίας | dik açılarda |
| εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν. | bir doğru ilerletmek. |
| | |
| Εἰλήφθω | alınmış olsun |
| ἐπὶ τῆς ΑΓ | ΑΓ'da |
| τυχὸν σημεῖον τὸ Δ, | rastgele bir Δ noktası |
| καὶ κείσθω | ve otursun |
| τῇ ΓΔ ἴση ἡ ΓΕ, | ΓΔ'ya eşit olan ΓΕ, |
| καὶ συνεστάτω | ve inşa edilmiş olsun |
| ἐπὶ τῆς ΔΕ | ΔΕ üzerinde |
| τρίγωνον ἰσόπλευρον τὸ ΖΔΕ, | ΖΔΕ eşkenar üçgeni, |
| καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΓ· | ve ΖΓ birleştirilmiş olsun. |
| | |
| λέγω, ὅτι | Diyorum ki |
| τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ ΑΒ | verilmiş ΑΒ doğrusuna |
| ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου τοῦ Γ | üzerindeki Γ noktasından |
| πρὸς ὀρθὰς γωνίας | dik açılarda |
| εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ ΖΓ. | bir ΖΓ doğrusu ilerletilmiş oldu. |
| Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΔΓ τῇ ΓΕ, | Zira ΔΓ, ΓΕ'a eşit olduğundan, |
| κοινὴ δὲ ἡ ΓΖ, | ve ΓΖ ortak olduğundan, |
| δύο δὴ αἱ ΔΓ, ΓΖ | o halde ΔΓ ve ΓΖ ikilisi, |
| δυσὶ ταῖς ΕΓ, ΓΖ ἴσαι εἰσὶν | ΕΓ ve ΓΖ ikilisine eşittir, |

| | |
|---|---|
| ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· | her biri birine; |
| καὶ βάσις ἡ ΔΖ | ve ΔΖ tabanı |
| βάσει τῇ ΖΕ ἴση ἐστίν· | ΖΕ tabanına eşittir; |
| γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΓΖ | böylece ΔΓΖ açısı |
| γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΓΖ ἴση ἐστίν· | ΕΓΖ açısına eşittir; |
| καί εἰσιν ἐφεξῆς. | ve bitişiktir. |
| ὅταν δὲ εὐθεῖα | Ne zaman bir doğru, |
| ἐπ᾽ εὐθεῖαν σταθεῖσα | bir doğru üzerine dikilmiş, |
| τὰς ἐφεξῆς γωνίας | bitişik açıları |
| ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, | birbirine eşit yaparsa, |
| ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστιν· | eçit açıların her biri, diktir. |
| ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν | Böylece diktir |
| ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΔΓΖ, ΖΓΕ. | ΔΓΖ, ΖΓΕ açılarının her biri. |
| | |
| Τῇ ἄρα δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ ΑΒ | Böylece, verilmiş ΑΒ doğrusuna, |
| ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου τοῦ Γ | üzerinde verilmiş Γ noktasında, |
| πρὸς ὀρθὰς γωνίας | dik açılarda, |
| εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ ΓΖ· | bir ΓΖ doğrusu ilerletilmiş oldu; |
| ὅπερ ἔδει ποιῆσαι. | yapılması gereken tam buydu. |

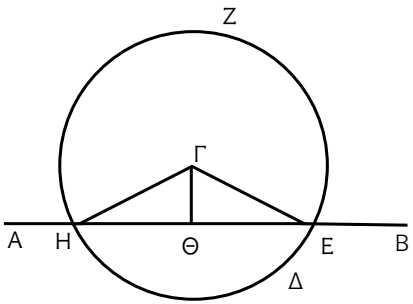


## 12. Önerme

| | |
|---|---|
| Ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον | Verilmiş sınırlanmamış doğruya, |
| ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, | verilmiş bir noktadan, |
| ὃ μή ἐστιν ἐπ᾽ αὐτῆς, | üzerinde olmayan, |
| κάθετον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν. | dikey doğru bir çizgi ilerletmek. |
| | |
| Ἔστω | Olsun |
| ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἄπειρος | verilmiş sınırlanmamış doğru |
| ἡ AB | AB, |
| τὸ δὲ δοθὲν σημεῖον, | ve verilmiş nokta, |
| ὃ μή ἐστιν ἐπ᾽ αὐτῆς, | üzerinde olmayan, |
| τὸ Γ· | Γ. |
| | |
| δεῖ δὴ | O halde gereklidir |
| ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον τὴν AB | verilmiş sınırlanmamış AB doğrusuna |
| ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου τοῦ Γ, | verilmiş Γ noktasından, |
| ὃ μή ἐστιν ἐπ᾽ αὐτῆς, | üzerinde olmayan, |
| κάθετον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν. | dikey doğru bir çizgi ilerletmek. |
| | |
| Εἰλήφθω γὰρ | Zira almış olsun |
| ἐπὶ τὰ ἕτερα μέρη τῆς AB εὐθείας | AB doğrusunun diğer tarafında |
| τυχὸν σημεῖον τὸ Δ, | rastgele bir Δ noktası, |
| καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Γ | ve Γ merkezinde, |
| διαστήματι δὲ τῷ ΓΔ | ΓΔ uzaklığında, |
| κύκλος γεγράφθω ὁ EZH, | bir EZH dairesi çizilmiş olsun, |
| καὶ τετμήσθω ἡ EH εὐθεῖα δίχα κατὰ τὸ Θ, | ve EH doğrusu Θ noktasında ikiye bölünmüş olsun, |
| καὶ ἐπεζεύχθωσαν | ve birleştirilmiş olsun |
| αἱ ΓH, ΓΘ, ΓE εὐθεῖαι· | ΓH, ΓΘ, ve ΓE doğruları. |
| | |
| λέγω, ὅτι | Diyorum ki |
| ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον τὴν AB | verilmiş sınırlanmamış AB doğrusuna, |
| ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου τοῦ Γ, | verilmiş Γ noktasından, |
| ὃ μή ἐστιν ἐπ᾽ αὐτῆς, | üzerinde olmayan, |

| | |
|---|---|
| κάθετος ἦκται ἡ ΓΘ. | dikey ΓΘ ilerletilmiş oldu |
| Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΗΘ τῇ ΘΕ, | Zira ΗΘ, ΘΕ'a eşit olduğundan, |
| κοινὴ δὲ ἡ ΘΓ, | ve ΘΓ ortak olduğundan, |
| δύο δὴ αἱ ΗΘ, ΘΓ | o halde ΗΘ ve ΘΓ ikilisi, |
| δύο ταῖς ΕΘ, ΘΓ ἴσαι εἰσὶν | ΕΘ ve ΘΓ ikilisine eşittir, |
| ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· | her biri birine; |
| καὶ βάσις ἡ ΓΗ | ve ΓΗ tabanı |
| βάσει τῇ ΓΕ ἐστιν ἴση· | ΓΕ tabanına eşittir; |
| γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΘΗ | böylece ΓΘΗ açısı |
| γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΘΓ ἐστιν ἴση. | ΕΘΓ açısına eşittir. |
| καί εἰσιν ἐφεξῆς. | Ve bitişiktir. |
| ὅταν δὲ εὐθεῖα | Ne zaman bir doğru, |
| ἐπ᾽ εὐθεῖαν σταθεῖσα | bir doğru üzerinde dikildiğinde, |
| τὰς ἐφεξῆς γωνίας | bitişik açıları |
| ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, | birbirine eşit yaparsa, |
| ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστιν, | eşit açıların her biri diktir, |
| καὶ ἡ ἐφεστηκυῖα εὐθεῖα | ve dikilmiş doğruya |
| κάθετος καλεῖται | dikey denir |
| ἐφ᾽ ἣν ἐφέστηκεν. | üzerine dikildiği [doğru]ya. |

| | |
|---|---|
| Ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν ἄρα εὐθεῖαν ἄπειρον τὴν ΑΒ | Böylece, verilmiş sınırlanmamış ΑΒ doğruya, |
| ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου τοῦ Γ, | verilmiş Γ noktasından, |
| ὃ μή ἐστιν ἐπ᾽ αὐτῆς, | üzerinde olmayan, |
| κάθετος ἦκται ἡ ΓΘ· | dikey ΓΘ, ilerletilmiş oldu; |
| ὅπερ ἔδει ποιῆσαι. | yapılması gereken tam buydu. |



## 13. Önerme

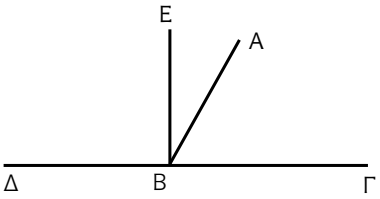
| | |
|---|---|
| Ἐὰν εὐθεῖα | Eğer bir doğru, |
| ἐπ᾽ εὐθεῖαν σταθεῖσα | bir doğrunun üzerine dikilmiş, |
| γωνίας ποιῇ, | açılar yaparsa, |
| ἤτοι δύο ὀρθὰς | ya iki dik |
| ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας | ya da iki dik açıya eşit |
| ποιήσει. | [onları] yapacak. |
| | |
| Εὐθεῖα γάρ τις ἡ ΑΒ | Zira bir ΑΒ doğrusu, |
| ἐπ᾽ εὐθεῖαν τὴν ΓΔ σταθεῖσα | ΓΔ doğrusunun üzerine dikilmiş, |
| γωνίας ποιείτω τὰς ὑπὸ ΓΒΑ, ΑΒΔ· | ΓΒΑ ve ΑΒΔ açılarını oluşturs un. |
| | |
| λέγω, ὅτι | Diyorum ki |
| αἱ ὑπὸ ΓΒΑ, ΑΒΔ γωνίαι | ΓΒΑ ve ΑΒΔ açıları |
| ἤτοι δύο ὀρθαί εἰσιν | ya iki dik açıdır |
| ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι. | ya da iki dik açıya eşittir. |
| | |
| Εἰ μὲν οὖν ἴση ἐστὶν | Dolayısıyla eğer eşitse |
| ἡ ὑπὸ ΓΒΑ τῇ ὑπὸ ΑΒΔ, | ΓΒΑ, ΑΒΔ'ya, |
| δύο ὀρθαί εἰσιν. | iki dik açıdır. |
| | |
| εἰ δὲ οὔ, | Eğer değilse, |
| ἤχθω | ilerletilmiş olsun, |
| ἀπὸ τοῦ Β σημείου | Β noktasından, |
| τῇ ΓΔ [εὐθείᾳ] | ΓΔ doğrusuna, |
| πρὸς ὀρθὰς | dik [açı]larda, |
| ἡ ΒΕ· | ΒΕ. |
| | |
| αἱ ἄρα ὑπὸ ΓΒΕ, ΕΒΔ | Böylece ΓΒΕ ve ΕΒΔ, |
| δύο ὀρθαί εἰσιν· | iki diktir; |
| καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΓΒΕ | ve ΓΒΕ, |
| δυσὶ ταῖς ὑπὸ ΓΒΑ, ΑΒΕ | ΓΒΑ ve ΑΒΕ ikilisine |
| ἴση ἐστίν, | eşit olduğundan, |
| κοινὴ | ortak olarak |
| προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΕΒΔ· | ΕΒΔ, eklensin. |
| αἱ ἄρα ὑπὸ ΓΒΕ, ΕΒΔ | Böylece ΓΒΕ ve ΕΒΔ, |

τρισὶ ταῖς ὑπὸ ΓΒΑ, ΑΒΕ, ΕΒΔ
ἴσαι εἰσίν.
πάλιν,
ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΔΒΑ
δυσὶ ταῖς ὑπὸ ΔΒΕ, ΕΒΑ
ἴση ἐστίν,
κοινὴ
προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΑΒΓ·
αἱ ἄρα ὑπὸ ΔΒΑ, ΑΒΓ
τρισὶ ταῖς ὑπὸ ΔΒΕ, ΕΒΑ, ΑΒΓ
ἴσαι εἰσίν.
ἐδείχθησαν δὲ καὶ
αἱ ὑπὸ ΓΒΕ, ΕΒΔ
τρισὶ ταῖς αὐταῖς ἴσαι·
τὰ δὲ τῷ αὐτῷ ἴσα
καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα·
καὶ αἱ ὑπὸ ΓΒΕ, ΕΒΔ ἄρα
ταῖς ὑπὸ ΔΒΑ, ΑΒΓ ἴσαι εἰσίν·
ἀλλὰ αἱ ὑπὸ ΓΒΕ, ΕΒΔ
δύο ὀρθαί εἰσιν·
καὶ αἱ ὑπὸ ΔΒΑ, ΑΒΓ ἄρα
δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

ΓΒΑ, ΑΒΕ ve ΕΒΔ üçlüsüne
eşittir.
Yine
ΔΒΑ,
ΔΒΕ ve ΕΒΑ ikilisine
eşit olduğundan,
ortak olarak
ΑΒΓ, eklensin;
böylece ΔΒΑ ve ΑΒΓ,
ΔΒΕ, ΕΒΑ ve ΑΒΓ üçlüsüne
eşittir.
Ve ayrıca gösterilmişti
ΓΒΕ ve ΕΒΔ'nın
aynı üçlüye eşitliği.
Ve aynı şeye eşitler
birbirine de eşittir;
ve, böylece, ΓΒΕ ve ΕΒΔ,
ΔΒΑ ve ΑΒΓ'ya eşittir;
ama ΓΒΕ ve ΕΒΔ,
iki diktir;
ve böylece ΔΒΑ ve ΑΒΓ
iki dik açıya eşittir.

Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα
ἐπ᾽ εὐθεῖαν σταθεῖσα
γωνίας ποιῇ,
ἤτοι δύο ὀρθὰς
ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας
ποιήσει·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Eğer, böylece, bir doğru,
bir doğrunun üzerine dikilmiş,
açılar yaparsa,
ya iki dik
ya da iki dik açıya eşit
[onları] yapacak;
gösterilmesi gereken tam buydu.

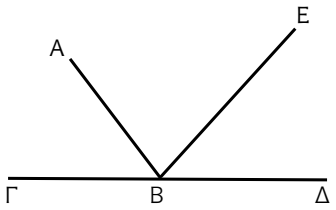


## 14. Önerme

| | |
|---|---|
| Ἐὰν πρός τινι εὐθείᾳ | Eğer bir doğruya, |
| καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ | ve aynı noktasında, |
| δύο εὐθεῖαι | iki doğru, |
| μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι | aynı tarafında uzanmayan, |
| τὰς ἐφεξῆς γωνίας | bitişik açıları |
| δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας | iki dik açıya eşit |
| ποιῶσιν, | yaparsa, |
| ἐπ᾽ εὐθείας | bir doğruda |
| ἔσονται ἀλλήλαις | birbiriyle olacak |
| αἱ εὐθεῖαι. | doğrular. |
| | |
| Πρὸς γάρ τινι εὐθείᾳ τῇ AB | Zira bir AB doğrusuna, |
| καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ B | ve B noktasında, |
| δύο εὐθεῖαι αἱ BΓ, BΔ | iki BΓ ve BΔ doğruları, |
| μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι | aynı tarafında uzanmayan, |
| τὰς ἐφεξῆς γωνίας τὰς ὑπὸ ABΓ, ABΔ | bitişik ABΓ ve ABΔ açıları |
| δύο ὀρθαῖς ἴσας | iki dik açıya eşit |
| ποιείτωσαν· | yapsın. |
| | |
| λέγω, ὅτι | Diyorum ki |
| ἐπ᾽ εὐθείας ἐστὶ | bir doğrudadır |
| τῇ ΓB ἡ BΔ. | ΓB ile BΔ. |
| | |
| Εἰ γὰρ μή ἐστι | Zira eğer değilse |
| τῇ BΓ ἐπ᾽ εὐθείας | BΓ ile bir doğruda |
| ἡ BΔ, | BΔ, |
| ἔστω | olsun |
| τῇ ΓB ἐπ᾽ εὐθείας | BΓ ile bir doğruda |
| ἡ BE. | BE. |
| | |
| Ἐπεὶ οὖν εὐθεῖα ἡ AB | Dolayısıyla AB doğrusu |
| ἐπ᾽ εὐθεῖαν τὴν ΓBE ἐφέστηκεν, | ΓBE doğrusunun üzerine konulduğundan, |
| αἱ ἄρα ὑπὸ ABΓ, ABE γωνίαι | böylece ABΓ ve ABE açıları |
| δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· | iki dik açıya eşittir. |

| | |
|---|---|
| εἰσὶ δὲ καὶ αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΑΒΔ | ΑΒΓ ve ΑΒΔ da |
| δύο ὀρθαῖς ἴσαι· | iki dik açıya eşittir. |
| αἱ ἄρα ὑπὸ ΓΒΑ, ΑΒΕ | Böylece ΓΒΑ ve ΑΒΕ, |
| ταῖς ὑπὸ ΓΒΑ, ΑΒΔ ἴσαι εἰσίν. | ΓΒΑ ve ΑΒΔ'ya eşittir. |
| κοινὴ | Ortak olarak |
| ἀφῃρήσθω ἡ ὑπὸ ΓΒΑ· | ΓΒΑ çıkartılmiş olsun. |
| λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΕ | Böylece ΑΒΕ kalanı |
| λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΑΒΔ ἐστιν ἴση, | ΑΒΔ kalanına eşittir, |
| ἡ ἐλάσσων τῇ μείζονι· | küçük olan büyüğe; |
| ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. | ki bu imkânsızdır. |
| οὐκ ἄρα | Böylece değildir |
| ἐπ᾽ εὐθείας ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΓΒ. | bir doğruda ΒΕ, ΓΒ ile. |
| ὁμοίως δὴ δείξομεν, | Benzer şekilde o halde göstereceğiz |
| ὅτι | ki |
| οὐδὲ ἄλλη τις πλὴν τῆς ΒΔ· | hiçbiri [öyle değildir], ΒΔ dışında. |
| ἐπ᾽ εὐθείας ἄρα ἐστὶν | Böylece bir doğrudadır |
| ἡ ΓΒ τῇ ΒΔ. | ΓΒ, ΒΔ ile. |

| | |
|---|---|
| Ἐὰν ἄρα πρός τινι εὐθείᾳ | Eğer, böylece, bir doğruya, |
| καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ | ve aynı noktasında, |
| δύο εὐθεῖαι | iki doğru, |
| μὴ ἐπὶ αὐτὰ μέρη κείμεναι | aynı tarafında uzanmayan, |
| τὰς ἐφεξῆς γωνίας | bitişik açıları |
| δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας | iki dik açıya eşit |
| ποιῶσιν, | yaparsa, |
| ἐπ᾽ εὐθείας | bir doğruda |
| ἔσονται ἀλλήλαις | birbiriyle olacak |
| αἱ εὐθεῖαι· | doğrular; |
| ὅπερ ἔδει δεῖξαι. | gösterilmesi gereken tam buydu. |



## 15. Önerme

| | |
|---|---|
| Ἐὰν δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, | Eğer iki doğru birbirini keserse, |
| τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας | ters açıları[17] |
| ἴσας ἀλλήλαις ποιοῦσιν. | birbirine eşit yapar. |
| | |
| Δύο γὰρ εὐθεῖαι αἱ ΑΒ, ΓΔ | Zira ΑΒ ve ΓΔ doğruları |
| τεμνέτωσαν ἀλλήλας | birbirini kessin |
| κατὰ τὸ Ε σημεῖον· | Ε noktasında. |
| | |
| λέγω, ὅτι | Diyorum ki |
| ἴση ἐστὶν | eşittir |
| ἡ μὲν ὑπὸ ΑΕΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΕΒ, | ΑΕΓ, ΔΕΒ'ya, |
| ἡ δὲ ὑπὸ ΓΕΒ τῇ ὑπὸ ΑΕΔ. | ve ΓΕΒ, ΑΕΔ'ya. |
| | |
| Ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα ἡ ΑΕ | Zira ΑΕ doğrusu |
| ἐπ᾽ εὐθεῖαν τὴν ΓΔ | ΓΔ doğrusuna |
| ἐφέστηκε | dikilmiş olduğundan, |
| γωνίας ποιοῦσα τὰς ὑπὸ ΓΕΑ, ΑΕΔ, | ΓΕΑ ve ΑΕΔ açılarını yapan, |
| αἱ ἄρα ὑπὸ ΓΕΑ, ΑΕΔ γωνίαι | böylece ΓΕΑ ve ΑΕΔ açıları |
| δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. | iki dik açıya eşittir. |
| πάλιν, | Yine, |
| ἐπεὶ εὐθεῖα ἡ ΔΕ | ΔΕ doğrusu |
| ἐπ᾽ εὐθεῖαν τὴν ΑΒ | ΑΒ doğrusuna |
| ἐφέστηκε | dikilmiş olduğundan, |
| γωνίας ποιοῦσα τὰς ὑπὸ ΑΕΔ, ΔΕΒ, | ΑΕΔ ve ΔΕΒ açılarını yapan, |
| αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΕΔ, ΔΕΒ γωνίαι | böylece ΑΕΔ ve ΔΕΒ açıları |
| δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. | iki dik açıya eşittir. |
| ἐδείχθησαν δὲ καὶ | Ve gösterilmişti |
| αἱ ὑπὸ ΓΕΑ, ΑΕΔ | ΓΕΑ ve ΑΕΔ açılarının |
| δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι· | iki dik açıya eşitliği, |
| αἱ ἄρα ὑπὸ ΓΕΑ, ΑΕΔ | böylece ΓΕΑ ve ΑΕΔ, |
| ταῖς ὑπὸ ΑΕΔ, ΔΕΒ ἴσαι εἰσίν. | ΑΕΔ ve ΔΕΒ'ya eşittir. |
| κοινὴ | Ortak olarak |
| ἀφῃρήσθω | çıkartılmış olsun |

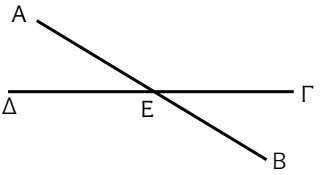
[17] Yunancada *baştaki açılar*.

ἡ ὑπὸ ΑΕΔ·
λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΕΑ
λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΒΕΔ ἴση ἐστίν·
ὁμοίως δὴ δειχθήσεται,
ὅτι
καὶ αἱ ὑπὸ ΓΕΒ, ΔΕΑ ἴσαι εἰσίν.

ΑΕΔ;
böylece ΓΕΑ kalanı,
ΒΕΔ kalanına eşittir;
benzer şekilde o halde gösterilecek
ki
ΓΕΒ açısı da ΔΕΑ açısına eşittir.

Ἐὰν ἄρα
δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας,
τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας
ἴσας ἀλλήλαις ποιοῦσιν·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

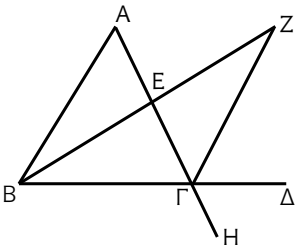
Eğer, böylece,
iki doğru birbirini keserse,
ters açıları
birbirine eşit yapar;
gösterilmesi gereken tam buydu.



## 16. Önerme

| | |
|---|---|
| Παντὸς τριγώνου | Herhangi bir üçgenin |
| μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης | kenarlarının biri uzatılınca, |
| ἡ ἐκτὸς γωνία | dış açı, |
| ἑκατέρας | her birinden |
| τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον γωνιῶν | (iç ve karşıt açıların) |
| μείζων ἐστίν. | büyüktür. |
| | |
| Ἔστω | Olsun |
| τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, | üçgen ΑΒΓ, |
| καὶ προσεκβεβλήσθω | ve uzatılmış olsun |
| αὐτοῦ μία πλευρὰ ἡ ΒΓ ἐπὶ τὸ Δ· | onun ΒΓ kenarı, Δ noktasına. |
| | |
| λέγω, ὅτι | Diyorum ki |
| ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΔ | ΑΓΔ dış açısı |
| μείζων ἐστὶν | büyüktür |
| ἑκατέρας | her birinden |
| τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον | iç ve karşıt |
| τῶν ὑπὸ ΓΒΑ, ΒΑΓ γωνιῶν. | ΓΒΑ ve ΒΑΓ açılarının. |
| | |
| Τετμήσθω ἡ ΑΓ δίχα κατὰ τὸ Ε, | ΑΓ kenarı, Ε noktasından ikiye bölünmüş olsun, |
| καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΒΕ | ve, ΒΕ birleştirilince, |
| ἐκβεβλήσθω ἐπ᾽ εὐθείας ἐπὶ τὸ Ζ, | bir doğruda, Ζ noktasına, uzatılmış olsun |
| καὶ κείσθω τῇ ΒΕ ἴση | ve ΒΕ doğrusuna eşit olan otursun |
| ἡ ΕΖ, | ΕΖ, |
| καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΓ, | ve birleştirilmiş olsun ΖΓ, |
| καὶ διήχθω ἡ ΑΓ ἐπὶ τὸ Η. | ve ΑΓ doğrusu, Η noktasına ilerletilmiş olsun. |
| | |
| Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν | Dolayısıyla eşit olduğundan |
| ἡ μὲν ΑΕ τῇ ΕΓ, | ΑΕ, ΕΓ doğrusuna, |
| ἡ δὲ ΒΕ τῇ ΕΖ, | ve ΒΕ, ΕΖ doğrusuna, |
| δύο δὴ αἱ ΑΕ, ΕΒ | o halde ΑΕ ve ΕΒ ikilisi, |
| δυσὶ ταῖς ΓΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσὶν | ΓΕ ve ΕΖ ikilisine eşittir, |

| | |
|---|---|
| ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· | her biri birine; |
| καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΕΒ | ve ΑΕΒ açısı, |
| γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΖΕΓ ἴση ἐστίν· | ΖΕΓ açısına eşittir, |
| κατὰ κορυφὴν γάρ· | zira ters; |
| βάσις ἄρα ἡ ΑΒ | böylece ΑΒ tabanı |
| βάσει τῇ ΖΓ ἴση ἐστίν, | ΖΓ tabanına eşittir, |
| καὶ τὸ ΑΒΕ τρίγωνον | ve ΑΒΕ üçgeni |
| τῷ ΖΕΓ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον, | ΖΕΓ üçgenine eşittir, |
| καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι | ve kalan açılar |
| ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι εἰσὶν | kalan açılarına eşittir, |
| ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, | her biri birine, |
| ὑφ᾽ ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· | (yani) eşit kenarları raptedenler. |
| ἴση ἄρα ἐστὶν | Böylece eşittir |
| ἡ ὑπὸ ΒΑΕ τῇ ὑπὸ ΕΓΖ. | ΒΑΕ, ΕΓΖ'ya. |
| μείζων δέ ἐστιν | Ama büyüktür |
| ἡ ὑπὸ ΕΓΔ τῆς ὑπὸ ΕΓΖ· | ΕΓΔ, ΕΓΖ açısından; |
| μείζων ἄρα | böylece büyüktür |
| ἡ ὑπὸ ΑΓΔ τῆς ὑπὸ ΒΑΕ. | ΑΓΔ, ΒΑΕ açısından. |
| Ὁμοίως δὴ | Benzer şekilde o halde |
| τῆς ΒΓ τετμημένης δίχα | ikiye bölünmüş olduğundan ΒΓ, |
| δειχθήσεται καὶ ἡ ὑπὸ ΒΓΗ, | gösterilecek ki ΒΓΗ, |
| τουτέστιν ἡ ὑπὸ ΑΓΔ, | ΑΓΔ açısına eşit olan, |
| μείζων καὶ τῆς ὑπὸ ΑΒΓ. | büyüktür ΑΒΓ açısından da. |
| | |
| Παντὸς ἄρα τριγώνου | Böylece, herhangi bir üçgenin, |
| μιᾶς τῶν πλευρῶν | kenarlarından biri |
| προσεκβληθείσης | uzatıldığında, |
| ἡ ἐκτὸς γωνία | dış açı |
| ἑκατέρας | her bir |
| τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον γωνιῶν | iç ve karşıt açıdan |
| μείζων ἐστίν· | büyüktür; |
| ὅπερ ἔδει δεῖξαι. | gösterilmesi gereken tam buydu. |

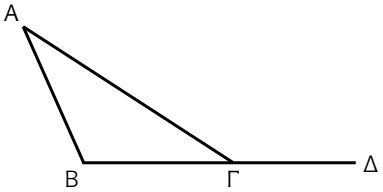


## 17. Önerme

| | |
|---|---|
| Παντὸς τριγώνου αἱ δύο γωνίαι | Herhangi bir üçgenin iki açısı |
| δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι | küçüktür iki dik açıdan, |
| πάντῃ μεταλαμβανόμεναι. | nasıl alınırsa alınsın. |
| | |
| Ἔστω | Olsun |
| τρίγωνον τὸ ΑΒΓ· | üçgen ΑΒΓ. |
| | |
| Λέγω, ὅτι | Diyorum ki |
| τοῦ ΑΒΓ τριγώνου | ΑΒΓ üçgeninin |
| αἱ δύο γωνίαι | iki açısı |
| δύο ὀρθῶν ἐλάττονές εἰσι | küçüktür iki dik açıdan, |
| πάντῃ μεταλαμβανόμεναι. | nasıl alınırsa alınsın. |
| | |
| Ἐκβεβλήσθω γὰρ | Zira uzatılmış olsun |
| ἡ ΒΓ ἐπὶ τὸ Δ. | ΒΓ, Δ'ya. |
| | |
| καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΑΒΓ | Ve ΑΒΓ üçgeninin |
| ἐκτός ἐστι γωνία | dış açısı olduğundan |
| ἡ ὑπὸ ΑΓΔ, | ΑΓΔ |
| μείζων ἐστὶ | büyüktür |
| τῆς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον | iç ve karşıt |
| τῆς ὑπὸ ΑΒΓ. | ΑΒΓ açısından. |
| κοινὴ | Ortak olarak |
| προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΑΓΒ· | ΑΓΒ, eklensin; |
| αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΓΔ, ΑΓΒ | böylece ΑΓΔ ve ΑΓΒ, |
| τῶν ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΑ μείζονές εἰσιν. | ΑΒΓ ve ΒΓΑ'dan büyüktür. |
| ἀλλ᾽ αἱ ὑπὸ ΑΓΔ, ΑΓΒ | Ama ΑΓΔ ve ΑΓΒ, |
| δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· | iki dik açıya eşittir; |
| αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΑ | böylece ΑΒΓ ve ΒΓΑ, |
| δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν. | iki dik açıdan küçüktür. |
| ὁμοίως δὴ δείξομεν, | Benzer şekilde o halde göstereceğiz |
| ὅτι | ki |
| καὶ αἱ ὑπὸ ΒΑΓ, ΑΓΒ | ΒΑΓ ve ΑΓΒ de |
| δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι | iki dik açıdan küçüktür, |
| καὶ ἔτι αἱ ὑπὸ ΓΑΒ, ΑΒΓ. | ve sonra ΓΑΒ ve ΑΒΓ [öyledir]. |

Παντὸς ἄρα τριγώνου
αἱ δύο γωνίαι
δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι
πάντῃ μεταλαμβανόμεναι·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Böylece herhangi bir üçgenin
iki açısı
iki dik açıdan küçüktür,
nasıl alınırsa alınsın;
gösterilmesi gereken tam buydu.

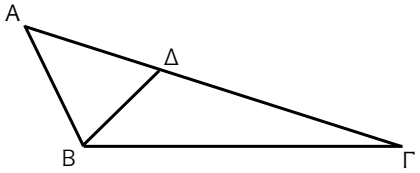


## 18. Önerme

| | |
|---|---|
| Παντὸς τριγώνου<br>ἡ μείζων πλευρὰ<br>τὴν μείζονα γωνίαν<br>ὑποτείνει. | Herhangi bir üçgende<br>daha büyük bir kenar,<br>daha büyük bir açıyı<br>rapteder. |
| Ἔστω γὰρ<br>τρίγωνον τὸ ΑΒΓ<br>μείζονα ἔχον<br>τὴν ΑΓ πλευρὰν<br>τῆς ΑΒ· | Zira olsun<br>üçgen ΑΒΓ,<br>daha büyük olan<br>ΑΓ kenarı<br>ΑΒ'dan. |
| λέγω, ὅτι<br>καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ<br>μείζων ἐστὶ<br>τῆς ὑπὸ ΒΓΑ· | Diyorum ki<br>ΑΒΓ açısı da<br>daha büyüktür<br>ΒΓΑ açısından. |
| Ἐπεὶ γὰρ μείζων ἐστὶν ἡ ΑΓ τῆς ΑΒ, | Zira ΑΓ, ΑΒ kenarından daha büyük olduğundan, |
| κείσθω<br>τῇ ΑΒ ἴση ἡ ΑΔ,<br>καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΔ. | otursun<br>ΑΒ'ya eşit olan ΑΔ,<br>ve birleştirilmiş olsun ΒΔ. |
| καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΒΓΔ<br>ἐκτός ἐστι γωνία ἡ ὑπὸ ΑΔΒ,<br>μείζων ἐστὶ<br>τῆς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον<br>τῆς ὑπὸ ΔΓΒ·<br>ἴση δὲ ἡ ὑπὸ ΑΔΒ τῇ ὑπὸ ΑΒΔ,<br>ἐπεὶ καὶ πλευρὰ ἡ ΑΒ<br>τῇ ΑΔ ἐστιν ἴση·<br>μείζων ἄρα<br>καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΔ τῆς ὑπὸ ΑΓΒ·<br>πολλῷ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΓ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΑΓΒ. | ΒΓΔ üçgeninin<br>dış açı olduğundan ΑΔΒ açısı da,<br>büyüktür<br>iç ve karşıt<br>ΔΓΒ açısından;<br>ve ΑΔΒ, ΑΒΔ'ya eşittir,<br>ΑΒ kenarı da,<br>ΑΔ'ya eşit olduğundan;<br>böylece büyüktür<br>ΑΒΔ da, ΑΓΒ'dan;<br>böylece ΑΒΓ, ΑΓΒ açısından çok daha büyüktür. |

Παντὸς ἄρα τριγώνου
ἡ μείζων πλευρὰ
τὴν μείζονα γωνίαν
ὑποτείνει·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Böylece, herhangi bir üçgende
daha büyük bir kenar,
daha büyük bir açıyı
rapteder;
gösterilmesi gereken tam buydu.



## 19. Önerme

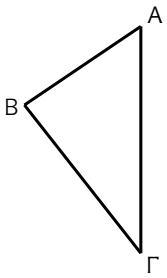
| | |
|---|---|
| Παντὸς τριγώνου | Herhangi bir üçgende, |
| ὑπὸ τὴν μείζονα γωνίαν | daha büyük bir açı, |
| ἡ μείζων πλευρὰ | daha büyük bir kenar tarafından |
| ὑποτείνει. | raptedilir. |
| | |
| Ἔστω γὰρ | Zira olsun |
| τρίγωνον τὸ ΑΒΓ | bir ΑΒΓ üçgeni, |
| μείζονα ἔχον | daha büyük olan |
| τὴν ὑπὸ ΑΒΓ γωνίαν | ΑΒΓ açısı |
| τῆς ὑπὸ ΒΓΑ· | ΒΓΑ açısından. |
| | |
| λέγω, ὅτι | Diyorum ki |
| καὶ πλευρὰ ἡ ΑΓ | ΑΓ kenarı da |
| πλευρᾶς τῆς ΑΒ | ΑΒ kenarından |
| μείζων ἐστίν. | daha büyüktür. |
| | |
| Εἰ γὰρ μή, | Zira değil ise, |
| ἤτοι ἴση ἐστὶν | ya eşittir |
| ἡ ΑΓ τῇ ΑΒ | ΑΓ, ΑΒ'ya |
| ἢ ἐλάσσων· | ya da daha küçüktür. |
| ἴση μὲν οὖν οὐκ ἔστιν | Ama dolayısıyla eşit değildir |
| ἡ ΑΓ τῇ ΑΒ· | ΑΓ, ΑΒ'ya; |
| ἴση γὰρ ἂν ἦν | zira eğer eşit olsaydı, |
| καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ | ΑΒΓ açısı da, |
| τῇ ὑπὸ ΑΓΒ· | ΑΓΒ'ya [eşit olurdu]; |
| οὐκ ἔστι δέ· | ama değildir; |
| οὐκ ἄρα ἴση ἐστὶν | böylece eşit değildir |
| ἡ ΑΓ τῇ ΑΒ. | ΑΓ, ΑΒ'ya. |
| οὐδὲ μὴν ἐλάσσων ἐστὶν | Tabii ki küçük değildir |
| ἡ ΑΓ τῆς ΑΒ· | ΑΓ, ΑΒ'dan; |
| ἐλάσσων γὰρ ἂν ἦν καὶ | zira eğer küçük olsaydı, |
| γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ | ΑΒΓ açısı da |
| τῆς ὑπὸ ΑΓΒ· | ΑΓΒ'dan [küçük olurdu]; |
| οὐκ ἔστι δέ· | ama değildir; |
| οὐκ ἄρα ἐλάσσων ἐστὶν | böylece küçük değildir |

ἡ ΑΓ τῆς ΑΒ.
ἐδείχθη δέ, ὅτι
οὐδὲ ἴση ἐστίν.
μείζων ἄρα ἐστὶν
ἡ ΑΓ τῆς ΑΒ.

ΑΓ, ΑΒ'dan.
Ve gösterilmişti ki
eşit değildir.
Böylece daha büyüktür
ΑΓ, ΑΒ'dan.

Παντὸς ἄρα τριγώνου
ὑπὸ τὴν μείζονα γωνίαν
ἡ μείζων πλευρὰ
ὑποτείνει·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Böylece, herhangi bir üçgende,
daha büyük bir açı,
daha büyük bir kenar tarafından
raptedilir;
gösterilmesi gereken tam buydu.



## 20. Önerme

| | |
|---|---|
| Παντὸς τριγώνου | Herhangi bir üçgenin |
| αἱ δύο πλευραὶ | iki kenarı |
| τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι | kalandan daha büyüktür, |
| πάντῃ μεταλαμβανόμεναι. | nasıl alınırsa alınsın. |
| | |
| Ἔστω γὰρ | Zira olsun |
| τρίγωνον τὸ ΑΒΓ· | üçgen ΑΒΓ. |
| | |
| λέγω, ὅτι | Diyorum ki |
| τοῦ ΑΒΓ τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ | ΑΒΓ üçgeninin iki kenarı |
| τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι | kalandan daha büyüktür, |
| πάντῃ μεταλαμβανόμεναι, | nasıl alınırsa alınsın, |
| αἱ μὲν ΒΑ, ΑΓ τῆς ΒΓ, | ΒΑ ve ΑΓ, ΒΓ'dan, |
| αἱ δὲ ΑΒ, ΒΓ τῆς ΑΓ, | ve ΑΒ ve ΒΓ, ΑΓ'dan, |
| αἱ δὲ ΒΓ, ΓΑ τῆς ΑΒ. | ve ΒΓ ve ΓΑ, ΑΒ'dan. |
| | |
| Διήχθω γὰρ | Zira ilerletilmiş olsun |
| ἡ ΒΑ ἐπὶ τὸ Δ σημεῖον, | ΒΑ, Δ noktasına, |
| καὶ κείσθω τῇ ΓΑ ἴση ἡ ΑΔ, | ve ΑΔ, ΓΑ'ya eşit otursun, |
| καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΓ. | ve ΔΓ birleştirilmiş olsun. |
| | |
| Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΔΑ τῇ ΑΓ, | Dolayısıyla ΔΑ, ΑΓ'ya eşit olduğundan, |
| ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΔΓ | ΑΔΓ de eşittir |
| τῇ ὑπὸ ΑΓΔ· | ΑΓΔ'y. |
| μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΓΔ | Böylece ΒΓΔ, büyüktür |
| τῆς ὑπὸ ΑΔΓ· | ΑΔΓ'dan. |
| καὶ ἐπεὶ τρίγωνόν ἐστι τὸ ΔΓΒ | ΔΓΒ üçgeninde, |
| μείζονα ἔχον τὴν ὑπὸ ΒΓΔ γωνίαν | ΒΓΔ açısı daha büyük olduğundan |
| τῆς ὑπὸ ΒΔΓ, | ΒΔΓ'dan, |
| ὑπὸ δὲ τὴν μείζονα γωνίαν | ve daha büyük açı, |
| ἡ μείζων πλευρὰ | daha büyük kenarca |
| ὑποτείνει, | raptedildiğinden, |
| ἡ ΔΒ ἄρα τῆς ΒΓ ἐστι μείζων. | böylece ΔΒ, ΒΓ'dan büyüktür. |
| ἴση δὲ ἡ ΔΑ τῇ ΑΓ· | Ve ΔΑ, ΑΓ'ya eşittir; |

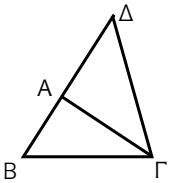
μείζονες ἄρα αἱ ΒΑ, ΑΓ τῆς ΒΓ·
böylece ΒΑ ve ΑΓ büyüktür ΒΓ'dan;

ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ αἱ μὲν ΑΒ, ΒΓ τῆς ΓΑ μείζονές εἰσιν,
benzer şekilde göstereceğiz ki ΑΒ ve ΒΓ, ΓΑ'dan büyüktür,

αἱ δὲ ΒΓ, ΓΑ τῆς ΑΒ.
ve ΒΓ ve ΓΑ, ΑΒ'dan.

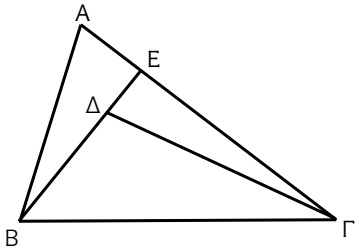
Παντὸς ἄρα τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι·
Böylece, herhangi bir üçgenin iki kenarı kalandan daha büyüktür, nasıl alınırsa alınsın;

ὅπερ ἔδει δεῖξαι.
gösterilmesi gereken tam buydu.



## 21. Önerme

| | |
|---|---|
| Ἐὰν τριγώνου | Eğer bir üçgende, |
| ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν | kenarlarından birinin üzerinde, |
| ἀπὸ τῶν περάτων | sınırlardan, |
| δύο εὐθεῖαι | iki doğru |
| ἐντὸς συσταθῶσιν, | içeride inşa edilirse, |
| αἱ συσταθεῖσαι | inşa edilmiş doğrular, |
| τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου | üçgenin kalan |
| δύο πλευρῶν | iki kenarından |
| ἐλάττονες μὲν ἔσονται, | daha küçük olacak, |
| μείζονα δὲ γωνίαν περιέξουσιν. | ama daha büyük bir açıyı içerecek. |




| | |
|---|---|
| Τριγώνου γὰρ τοῦ ΑΒΓ | Zira ΑΒΓ üçgeninin, |
| ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν τῆς ΒΓ | ΒΓ kenarının üzerinde |
| ἀπὸ τῶν περάτων τῶν Β, Γ | Β ve Γ sınırlarından, |
| δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συνεστάτωσαν αἱ ΒΔ, ΔΓ· | içeride iki ΒΔ ve ΔΓ doğruları inşa edilmiş olsun. |
| λέγω, ὅτι | Diyorum ki |
| αἱ ΒΔ, ΔΓ | ΒΔ ve ΔΓ |
| τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου | üçgenin kalan iki |
| δύο πλευρῶν τῶν ΒΑ, ΑΓ | ΒΑ ve ΑΓ kenarından, |
| ἐλάσσονες μέν εἰσιν, | daha küçüktür, |
| μείζονα δὲ γωνίαν περιέχουσι | ama daha büyük açıyı içerir: |
| τὴν ὑπὸ ΒΔΓ τῆς ὑπὸ ΒΑΓ. | ΒΔΓ, ΒΑΓ'dan [daha büyüktür]. |

Διήχθω γὰρ ἡ ΒΔ
ἐπὶ τὸ Ε.

Zira ΒΔ, ilerletilmiş olsun
E'a doğru.

καὶ ἐπεὶ παντὸς τριγώνου
αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς
μείζονές εἰσιν,
τοῦ ΑΒΕ ἄρα τριγώνου
αἱ δύο πλευραὶ αἱ ΑΒ, ΑΕ
τῆς ΒΕ μείζονές εἰσιν·
κοινὴ προσκείσθω ἡ ΕΓ·
αἱ ἄρα ΒΑ, ΑΓ
τῶν ΒΕ, ΕΓ μείζονές εἰσιν.
πάλιν, ἐπεὶ τοῦ ΓΕΔ τριγώνου
αἱ δύο πλευραὶ αἱ ΓΕ, ΕΔ
τῆς ΓΔ μείζονές εἰσιν,
κοινὴ προσκείσθω ἡ ΔΒ·
αἱ ΓΕ, ΕΒ ἄρα
τῶν ΓΔ, ΔΒ μείζονές εἰσιν.
ἀλλὰ τῶν ΒΕ, ΕΓ
μείζονες ἐδείχθησαν
αἱ ΒΑ, ΑΓ·
πολλῷ ἄρα αἱ ΒΑ, ΑΓ τῶν ΒΔ, ΔΓ
μείζονές εἰσιν.

Ve herhangi bir üçgenin
iki kenarı, kalandan
büyük olduğundan,
ΑΒΕ üçgeninin,
iki ΑΒ ve ΑΕ kenarları,
ΒΕ kenarından büyüktür;
ortak olarak ΕΓ eklensin;
böylece ΒΑ ve ΑΓ,
ΒΕ ve ΕΓ'dan büyüktür.
Yine, ΓΕΔ üçgeninin,
iki ΓΕ ve ΕΔ kenarları,
ΓΔ'dan büyük olduğundan,
ortak olarak ΔΒ eklenmiş olsun;
böylece ΓΕ ve ΕΒ,
ΓΔ ve ΔΒ'dan büyüktür.
Ama ΒΕ ve ΕΓ'dan
daha büyük gösterilmişti
ΒΑ ve ΑΓ;
böylece ΒΑ ve ΑΓ, ΒΔ ve ΔΓ'dan çok
daha büyüktür.

Πάλιν,
ἐπεὶ παντὸς τριγώνου ἡ ἐκτὸς γωνία
τῆς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον
μείζων ἐστίν,
τοῦ ΓΔΕ ἄρα τριγώνου
ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΒΔΓ
μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΓΕΔ.
διὰ ταὐτὰ τοίνυν
καὶ τοῦ ΑΒΕ τριγώνου
ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΓΕΒ
μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΒΑΓ.
ἀλλὰ τῆς ὑπὸ ΓΕΒ
μείζων ἐδείχθη
ἡ ὑπὸ ΒΔΓ·

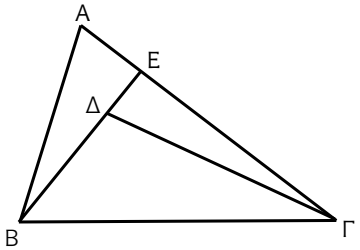
Yine,
herhangi bir üçgenin dış açısı
iç ve karşıt açısından
daha büyüktür,
böylece, ΓΔΕ üçgeninin
dış açısı ΒΔΓ
ΓΕΔ'dan büyüktür.
Aynı sebeple elbette,
ΑΒΕ üçgeninin
ΓΕΒ dış açısı da
ΒΑΓ'dan büyüktür.
Ama ΓΕΒ'dan,
daha büyük gösterilmişti
ΒΔΓ;

πολλῷ ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΔΓ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΒΑΓ.

böylece ΒΔΓ, ΒΑΓ'dan çok daha büyüktür.

Ἐὰν ἄρα τριγώνου
ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν
ἀπὸ τῶν περάτων
δύο εὐθεῖαι
ἐντὸς συσταθῶσιν,
αἱ συσταθεῖσαι
τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου
δύο πλευρῶν
ἐλάττονες μέν εἰσιν,
μείζονα δὲ γωνίαν περιέχουσιν·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Eğer, böylece, bir üçgenin,
kenarlarından birinin
sınırlarından,
iki doğru
içeride inşa edilirse,
inşa edilen doğrular,
üçgenin kalan
iki kenarından
daha küçüktür,
ama daha büyük bir açıyı içerir;
gösterilmesi gereken tam buydu.



## 22. Önerme

| | |
|---|---|
| Ἐκ τριῶν εὐθειῶν, | Üç doğrudan, |
| αἵ εἰσιν ἴσαι | eşit olan |
| τρισὶ ταῖς δοθείσαις [εὐθείαις], | verilmiş üç doğruya, |
| τρίγωνον συστήσασθαι· | bir üçgen inşa etmek; |
| δεῖ δὲ[18] | ama gereklidir |
| τὰς δύο τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι | ikisinin, kalandan büyük olması, |
| πάντῃ μεταλαμβανομένας | nasıl alınırsa alınsın, |
| [διὰ τὸ καὶ παντὸς τριγώνου | çünkü herhangi bir üçgenin, |
| τὰς δύο πλευρὰς | iki kenarı |
| τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι | kalandan büyüktür, |
| πάντῃ μεταλαμβανομένας]. | nasıl alınırsa alınsın. |
| | |
| Ἔστωσαν | Olsun |
| αἱ δοθεῖσαι τρεῖς εὐθεῖαι αἱ Α, Β, Γ, | üç verilmiş doğru Α, Β, ve Γ, |
| ὧν αἱ δύο τῆς λοιπῆς | ve ikisi, kalandan |
| μείζονες ἔστωσαν | büyük olsun, |
| πάντῃ μεταλαμβανόμεναι, | nasıl alınırsa alınsın: |
| αἱ μὲν Α, Β τῆς Γ, | Α ile Β, Γ'dan, |
| αἱ δὲ Α, Γ τῆς Β, | Α ile Γ, Β'dan, |
| καὶ ἔτι αἱ Β, Γ τῆς Α· | ve Β ile Γ, Α'dan. |
| | |
| δεῖ δὴ | O halde gereklidir |
| ἐκ τῶν ἴσων ταῖς Α, Β, Γ | Α, Β ve Γ'ya eşit olanlardan |
| τρίγωνον συστήσασθαι. | bir üçgen inşa etmek. |
| | |
| Ἐκκείσθω | Oturtulsun |
| τις εὐθεῖα ἡ ΔΕ | bir ΔΕ doğrusu, |
| πεπερασμένη μὲν κατὰ τὸ Δ | Δ'da sınırlanmış, |
| ἄπειρος δὲ κατὰ τὸ Ε, | ama Ε'da sınırlanmamış, |
| καὶ κείσθω | ve otursun |
| τῇ μὲν Α ἴση ἡ ΔΖ, | Α'ya eşit ΔΖ, |
| τῇ δὲ Β ἴση ἡ ΖΗ, | Β'ya eşit ΖΗ, |

[18] Heiberg'e göre [4], Proklus'un [12] ve Eutokios'un açıklamarının metinlerinde **δέ** yazılır; ama Öklid'in metinlerinde **δή** yazılır.

τῇ δὲ Γ ἴση ἡ ΗΘ·
καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Ζ,
διαστήματι δὲ τῷ ΖΔ
κύκλος γεγράφθω ὁ ΔΚΛ·
πάλιν κέντρῳ μὲν τῷ Η,
διαστήματι δὲ τῷ ΗΘ
κύκλος γεγράφθω ὁ ΚΛΘ,
καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΖ, ΚΗ·

ve Γ'ya eşit ΗΘ;
ve Ζ merkezine
ΖΔ uzaklığında
bir ΔΚΛ dairesi çizilmiş olsun;
yine, Η merkezine,
ΗΘ uzaklığında,
ΚΛΘ dairesi çizilmiş olsun,
ve ΚΖ ile ΚΗ birleştirilmiş olsun.

λέγω, ὅτι
ἐκ τριῶν εὐθειῶν
τῶν ἴσων ταῖς Α, Β, Γ
τρίγωνον συνέσταται τὸ ΚΖΗ.

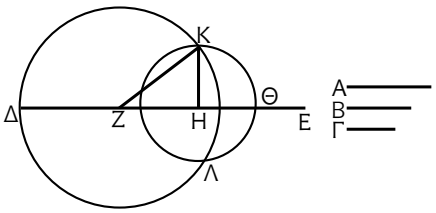
Diyorum ki
üç doğrudan
Α, Β ve Γ'ya eşit olan
ΚΖΗ üçgeni inşa edilmiştir.

Ἐπεὶ γὰρ τὸ Ζ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΔΚΛ κύκλου,
ἴση ἐστὶν ἡ ΖΔ τῇ ΖΚ·
ἀλλὰ ἡ ΖΔ τῇ Α ἐστιν ἴση.
καὶ ἡ ΚΖ ἄρα τῇ Α ἐστιν ἴση.
πάλιν, ἐπεὶ τὸ Η σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΛΚΘ κύκλου,
ἴση ἐστὶν ἡ ΗΘ τῇ ΗΚ·
ἀλλὰ ἡ ΗΘ τῇ Γ ἐστιν ἴση·
καὶ ἡ ΚΗ ἄρα τῇ Γ ἐστιν ἴση.
ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ΖΗ τῇ Β ἴση·
αἱ τρεῖς ἄρα εὐθεῖαι
αἱ ΚΖ, ΖΗ, ΗΚ
τρισὶ ταῖς Α, Β, Γ ἴσαι εἰσίν.

Zira, Ζ noktası, ΔΚΛ dairesinin merkezi olduğundan,
ΖΔ, ΖΚ'ya eşittir;
ama ΖΔ, Α'ya eşittir.
Ve ΚΖ böylece Α'ya eşittir.
Yine, Η noktası, ΛΚΘ dairesinin merkezi olduğundan,
ΗΘ, ΗΚ doğrusuna eşittir;
ama ΗΘ, Γ'ya eşittir;
ve ΚΗ böylece Γ'ya eşittir.
ve ΖΗ, Β doğrusuna eşittir;
böylece üç doğru,
ΚΖ, ΖΗ ve ΗΚ,
Α, Β ve Γ üçlüsüne eşittir.

Ἐκ τριῶν ἄρα εὐθειῶν
τῶν ΚΖ, ΖΗ, ΗΚ,
αἵ εἰσιν ἴσαι
τρισὶ ταῖς δοθείσαις εὐθείαις
ταῖς Α, Β, Γ,
τρίγωνον συνέσταται τὸ ΚΖΗ·
ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Böylece, üç doğrudan,
ΚΖ, ΖΗ ve ΗΚ'dan,
eşit olan
verilmiş üç doğruya
Α, Β ve Γ'ya,
bir ΚΖΗ üçgeni inşa edilmiştir;
gösterilmesi gereken tam buydu.



## 23. Önerme

Πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ
καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ
τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ ἴσην
γωνίαν εὐθύγραμμον συστήσασθαι.

Verilmiş bir doğruda,
ve üzerinde verilmiş noktada,
verilmiş düzkenar açıya eşit olan,
bir düzkenar açı inşa etmek.

Ἔστω
ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ,
τὸ δὲ πρὸς αὐτῇ σημεῖον τὸ Α,
ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος
ἡ ὑπὸ ΔΓΕ·

Olsun
verilmiş doğru ΑΒ,
ve üzerindeki nokta Α,
ve verilmiş düzkenar açı
ΔΓΕ.

δεῖ δὴ
πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ ΑΒ
καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Α
τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ τῇ ὑπὸ ΔΓΕ ἴσην
γωνίαν εὐθύγραμμον
συστήσασθαι.

O halde gereklidir,
verilmiş ΑΒ doğrusunda,
ve üzerindeki Α noktasında,
verilmiş düzkenar ΔΓΕ açısına eşit olan
bir düzkenar açı
inşa etmek.

Εἰλήφθω
ἐφ᾽ ἑκατέρας τῶν ΓΔ, ΓΕ
τυχόντα σημεῖα τὰ Δ, Ε,
καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΕ·
καὶ ἐκ τριῶν εὐθειῶν,
αἵ εἰσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς ΓΔ, ΔΕ, ΓΕ,
τρίγωνον συνεστάτω τὸ ΑΖΗ,
ὥστε ἴσην εἶναι
τὴν μὲν ΓΔ τῇ ΑΖ,
τὴν δὲ ΓΕ τῇ ΑΗ,
καὶ ἔτι τὴν ΔΕ τῇ ΖΗ.

alınmış olsun
ΓΔ ve ΓΕ'un her birinden
rastgele Δ ve Ε noktaları,
ve ΔΕ birleştirilmiş olsun,
ve üç doğrudan
üç ΓΔ, ΔΕ ve ΓΕ'a eşit olan,
ΑΖΗ üçgeni inşa edilmiş olsun
öyle ki eşit olsun
ΓΔ, ΑΖ'ya,
ΓΕ, ΑΗ'ya,
ve ayrıca ΔΕ, ΖΗ'ya.

Ἐπεὶ οὖν δύο αἱ ΔΓ, ΓΕ
δύο ταῖς ΖΑ, ΑΗ ἴσαι εἰσὶν
ἑκατέρα ἑκατέρᾳ,
καὶ βάσις ἡ ΔΕ

Dolayısıyla ΔΓ ve ΓΕ ikilisi,
ΖΑ ve ΑΗ ikilisine eşit olduğundan,
her biri birine,
ve ΔΕ tabanı,

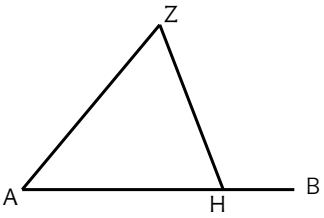
βάσει τῇ ΖΗ ἴση,
γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΓΕ γωνίᾳ
τῇ ὑπὸ ΖΑΗ ἐστιν ἴση.

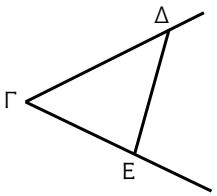
ΖΗ tabanına eşit olduğundan,
böylece ΔΓΕ açısı
ΖΑΗ'ya eşittir.

Πρὸς ἄρα τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ ΑΒ
καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Α
τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ τῇ ὑπὸ
ΔΓΕ ἴση
γωνία εὐθύγραμμος συνέσταται ἡ ὑπὸ
ΖΑΗ·
ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Böylece, verilmiş ΑΒ doğrusunda,
ve üzerindeki Α noktasında,
verilmiş düzkenar ΔΓΕ açısına eşit
olan
ΖΑΗ düzkenar açısı inşa edilmiştir;

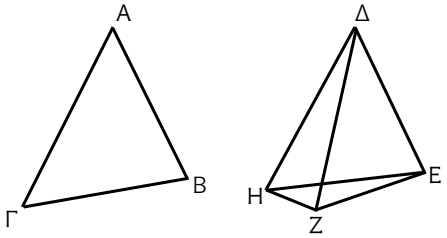
yapılması gereken tam buydu.



## 24. Önerme

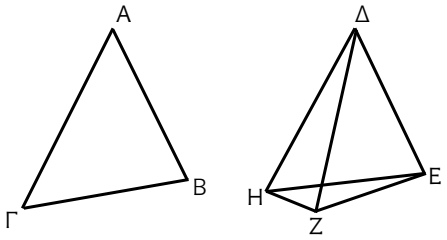
| | |
|---|---|
| Ἐὰν δύο τρίγωνα | Eğer iki üçgende |
| τὰς δύο πλευρὰς | iki kenar |
| [ταῖς] δύο πλευραῖς ἴσας ἔχῃ | iki kenara eşitse, |
| ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, | her biri birine, |
| τὴν δὲ γωνίαν | ama açı |
| τῆς γωνίας μείζονα ἔχῃ | açıdan büyükse, |
| τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν | [yani] eşit kenarlarca |
| περιεχομένην, | rapteden, |
| καὶ τὴν βάσιν | taban da |
| τῆς βάσεως μείζονα ἕξει. | tabandan büyük olacak. |




| | |
|---|---|
| Ἔστω | Olsun |
| δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ | iki üçgen ΑΒΓ ve ΔΕΖ, |
| τὰς δύο πλευρὰς τὰς ΑΒ, ΑΓ | iki ΑΒ ve ΑΓ kenarı, |
| ταῖς δύο πλευραῖς ταῖς ΔΕ, ΔΖ | iki ΔΕ ve ΔΖ kenarına |
| ἴσας ἔχοντα | eşit olan, |
| ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, | her biri birine, |
| τὴν μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ | ΑΒ, ΔΕ'a, |
| τὴν δὲ ΑΓ τῇ ΔΖ, | ve ΑΓ, ΔΖ'ya, |
| ἡ δὲ πρὸς τῷ Α γωνία | ve Α'daki açı, |
| τῆς πρὸς τῷ Δ γωνίας μείζων ἔστω· | Δ'daki açısından büyük olsun. |
| | |
| λέγω, ὅτι | Diyorum ki |
| καὶ βάσις ἡ ΒΓ | ΒΓ tabanı da |
| βάσεως τῆς ΕΖ μείζων ἐστίν. | ΕΖ tabanından büyüktür. |

| | |
|---|---|
| Ἐπεὶ γὰρ μείζων ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία | Zira ΒΑΓ açısı, büyük olduğundan |
| τῆς ὑπὸ ΕΔΖ γωνίας, | ΕΔΖ açısından, |
| συνεστάτω | inşa edilmiş olsun |
| πρὸς τῇ ΔΕ εὐθείᾳ | ΔΕ doğrusunda, |
| καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Δ | ve üzerindeki Δ noktasında, |
| τῇ ὑπὸ ΒΑΓ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΕΔΗ, | ΒΑΓ açısına eşit olan ΕΔΗ, |
| καὶ κείσθω | ve oturmuş olsun |
| ὁποτέρᾳ τῶν ΑΓ, ΔΖ ἴση ἡ ΔΗ, | ΑΓ veya ΔΖ'ya eşit olan ΔΗ, |
| καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΗ, ΖΗ. | ve ΕΗ ve ΖΗ birleştirilmiş olsun. |
| | |
| Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν | Dolayısıyla eşit olduğundan |
| ἡ μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ, | ΑΒ, ΔΕ'a, |
| ἡ δὲ ΑΓ τῇ ΔΗ, | ve ΑΓ, ΔΗ'ya, |
| δύο δὴ αἱ ΒΑ, ΑΓ | o halde ΒΑ ve ΑΓ ikilisi, |
| δυσὶ ταῖς ΕΔ, ΔΗ ἴσαι εἰσὶν | ΕΔ ve ΔΗ iklisine eşittir, |
| ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· | her biri birine; |
| καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ | ve ΒΑΓ açısı |
| γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΗ ἴση· | ΕΔΗ açısına eşittir; |
| βάσις ἄρα ἡ ΒΓ | böylece ΒΓ tabanı |
| βάσει τῇ ΕΗ ἐστιν ἴση. | ΕΗ tabanına eşittir. |
| πάλιν, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΔΖ τῇ ΔΗ, | Yine, ΔΖ, ΔΗ'ya eşit olduğundan, |
| ἴση ἐστὶ καὶ | bir de eşittir |
| ἡ ὑπὸ ΔΗΖ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΖΗ· | ΔΗΖ açısı, ΔΖΗ'ya; |
| μείζων ἄρα | böylece büyüktür |
| ἡ ὑπὸ ΔΖΗ τῆς ὑπὸ ΕΗΖ· | ΔΖΗ, ΕΗΖ'dan; |
| πολλῷ ἄρα μείζων ἐστὶν | böylece çok daha büyüktür |
| ἡ ὑπὸ ΕΖΗ τῆς ὑπὸ ΕΗΖ. | ΕΖΗ, ΕΗΖ açısından. |
| καὶ ἐπεὶ τρίγωνόν ἐστι τὸ ΕΖΗ | Ve ΕΖΗ üçgende, |
| μείζονα ἔχον | büyük olduğundan |
| τὴν ὑπὸ ΕΖΗ γωνίαν τῆς ὑπὸ ΕΗΖ, | ΕΖΗ açısı ΕΗΖ'dan, |
| ὑπὸ δὲ τὴν μείζονα γωνίαν | ve daha büyük açı, |
| ἡ μείζων πλευρὰ | daha büyük açı tarafından |
| ὑποτείνει, | raptedildiğinden, |
| μείζων ἄρα καὶ | böylece büyüktür |
| πλευρὰ ἡ ΕΗ τῆς ΕΖ. | ΕΗ kenarı da ΕΖ'dan. |
| ἴση δὲ ἡ ΕΗ τῇ ΒΓ· | Ve ΕΗ, ΒΓ'ya eşittir; |
| μείζων ἄρα καὶ ἡ ΒΓ τῆς ΕΖ. | böylece ΒΓ da, ΕΖ'dan büyüktür. |

| | |
|---|---|
| Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα | Eğer, böylece, iki üçgende |
| τὰς δύο πλευρὰς | iki kenar |
| δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ | iki kenara eşitse |
| ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, | her biri birine, |
| τὴν δὲ γωνίαν | ama açı |
| τῆς γωνίας μείζονα ἔχῃ | açıdan büyükse, |
| τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν | [yani] eşit kenarlarca |
| περιεχομένην, | rapteden, |
| καὶ τὴν βάσιν | taban da |
| τῆς βάσεως μείζονα ἕξει· | tabandan büyük olacak; |
| ὅπερ ἔδει δεῖξαι. | gösterilmesi gereken tam buydu. |



## 25. Önerme

| | |
|---|---|
| Ἐὰν δύο τρίγωνα | Eğer iki üçgende |
| τὰς δύο πλευρὰς | iki kenar |
| δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ | iki kenara eşitse |
| ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, | her biri birine, |
| τὴν δὲ βάσιν | ama taban |
| τῆς βάσεως μείζονα ἔχῃ, | tabandan büyükse, |
| καὶ τὴν γωνίαν | açı da |
| τῆς γωνίας μείζονα ἕξει | açıdan büyük olacak |
| τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν | [yani] eşit doğrularca |
| περιεχομένην. | rapteden. |
| | |
| Ἔστω | Olsun |
| δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ | iki üçgen ΑΒΓ ve ΔΕΖ, |
| τὰς δύο πλευρὰς τὰς ΑΒ, ΑΓ | iki ΑΒ ve ΑΓ kenarı, |
| ταῖς δύο πλευραῖς ταῖς ΔΕ, ΔΖ | iki ΔΕ ve ΔΖ kenarına |
| ἴσας ἔχοντα | eşit olan, |
| ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, | her biri birine, |
| τὴν μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ, | ΑΒ, ΔΕ'a |
| τὴν δὲ ΑΓ τῇ ΔΖ· | ve ΑΓ, ΔΖ'ya; |
| βάσις δὲ ἡ ΒΓ | ve ΒΓ tabanı |
| βάσεως τῆς ΕΖ μείζων ἔστω· | ΕΖ tabanından büyük olsun. |
| | |
| λέγω, ὅτι | Diyorum ki |
| καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ | ΒΑΓ açısı da |
| γωνίας τῆς ὑπὸ ΕΔΖ μείζων ἐστίν. | ΕΔΖ açısından büyüktür. |
| | |
| Εἰ γὰρ μή, | Zira eğer değilse, |
| ἤτοι ἴση ἐστὶν αὐτῇ ἢ ἐλάσσων· | ya ona eşittir, ya da ondan küçük; |
| ἴση μὲν οὖν οὐκ ἔστιν | ama dolayısıyla eşit değildir |
| ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ· | ΒΑΓ, ΕΔΖ'ya; |
| ἴση γὰρ ἂν ἦν | zira eğer eşit ise |
| καὶ βάσις ἡ ΒΓ βάσει τῇ ΕΖ· | ΒΓ tabanı da, ΕΖ tabanına [eşittir]; |
| οὐκ ἔστι δέ. | ama değil. |
| οὐκ ἄρα ἴση ἐστὶ | Böylece eşit değildir |
| γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ· | ΒΑΓ açısı, ΕΔΖ'ya; |

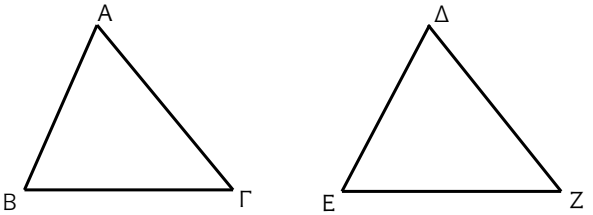
οὐδὲ μὴν ἐλάσσων ἐστὶν
ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῆς ὑπὸ ΕΔΖ·
ἐλάσσων γὰρ ἂν ἦν
καὶ βάσις ἡ ΒΓ βάσεως τῆς ΕΖ·

οὐκ ἔστι δέ·
οὐκ ἄρα ἐλάσσων ἐστὶν
ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία τῆς ὑπὸ ΕΔΖ.
ἐδείχθη δέ, ὅτι
οὐδὲ ἴση·
μείζων ἄρα ἐστὶν
ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῆς ὑπὸ ΕΔΖ.

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα
τὰς δύο πλευρὰς
δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ
ἑκατέραν ἑκάτερᾳ,
τὴν δὲ βασίν
τῆς βάσεως μείζονα ἔχῃ,
καὶ τὴν γωνίαν
τῆς γωνίας μείζονα ἕξει
τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν
περιεχομένην·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

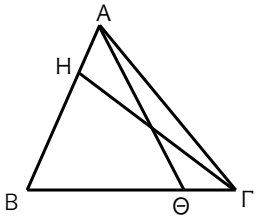
tabii ki küçük değildir
ΒΑΓ, ΕΔΖ'dan;
zira eğer küçük ise,
ΒΓ tabanı da, ΕΖ tabanından [küçüktür];
ama değil;
böylece küçük değildir
ΒΑΓ, ΕΔΖ'dan.
Ama gösterilmişti ki
eşit değildir;
böylece büyüktür
ΒΑΓ, ΕΔΖ'dan.

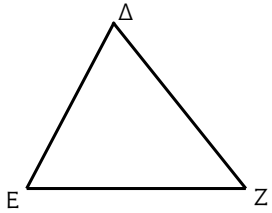
Eğer, böylece, iki üçgende
iki kenar
iki kenara eşitse
her biri birine,
ama taban
tabandan büyükse,
açı da
açıdan büyük olacak
[yani] eşit doğrularca
rapteden;
gösterilmesi gereken tam buydu.



## 26. Önerme

| | |
|---|---|
| Ἐὰν δύο τρίγωνα | Eğer iki üçgenin |
| τὰς δύο γωνίας | iki açısı, |
| δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχῃ | iki açısına eşitse, |
| ἑκατέραν ἑκατέρᾳ | her biri birine, |
| καὶ μίαν πλευρὰν | ve bir kenar, |
| μιᾷ πλευρᾷ ἴσην | bir kenara eşitse, |
| ἤτοι τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις | ya eşit açıların arasında olan |
| ἢ τὴν ὑποτείνουσαν | ya da karşılayan |
| ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν, | eşit açılardan birini, |
| καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς | kalan kenarları da |
| ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει | kalan kenarlarına eşit olacak, |
| καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν | kalan açıları da |
| τῇ λοιπῇ γωνίᾳ. | kalan açılarına. |




| | |
|---|---|
| Ἔστω | Olsun |
| δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ | iki üçgen ΑΒΓ ve ΔΕΖ, |
| τὰς δύο γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΑ | iki ΑΒΓ ve ΒΓΑ açıları |
| δυσὶ ταῖς ὑπὸ ΔΕΖ, ΕΖΔ | iki ΔΕΖ ve ΕΖΔ'ya |
| ἴσας ἔχοντα | eşit olan, |
| ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, | her biri birine, |
| τὴν μὲν ὑπὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ, | ΑΒΓ, ΔΕΖ'ya |
| τὴν δὲ ὑπὸ ΒΓΑ τῇ ὑπὸ ΕΖΔ· | ve ΒΓΑ, ΕΖΔ'ya; |
| ἐχέτω δὲ | ayrıca olsun |
| καὶ μίαν πλευρὰν | bir kenarı da |
| μιᾷ πλευρᾷ ἴσην, | bir kenarına eşit, |
| πρότερον τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις | önce, esit açıların arasında olan, |

τὴν ΒΓ τῇ ΕΖ·

ΒΓ, ΕΖ'ya.

λέγω, ὅτι
καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς
ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει
ἑκατέραν ἑκατέρᾳ,
τὴν μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ
τὴν δὲ ΑΓ τῇ ΔΖ,
καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν
τῇ λοιπῇ γωνίᾳ,
τὴν ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ.

Diyorum ki
kalan kenarlar da
kalan kenarlara eşit olacaklar,
her biri birine,
ΑΒ, ΔΕ'a
ve ΑΓ, ΔΖ'ya,
ve kalan açı
kalan açıya,
ΒΑΓ, ΕΔΖ'ya.

Εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν
ἡ ΑΒ τῇ ΔΕ,
μία αὐτῶν μείζων ἐστίν.
ἔστω μείζων ἡ ΑΒ,
καὶ κείσθω
τῇ ΔΕ ἴση ἡ ΒΗ,
καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΗΓ.

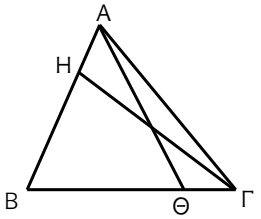
Zira eğer eşit değilse,
ΑΒ, ΔΕ kenarına,
biri daha büyüktür.
ΑΒ daha büyük olsun,
ve oturmuş olsun
ΔΕ'a eşit olan ΒΗ,
ve ΗΓ birleştirilmiş olsun.

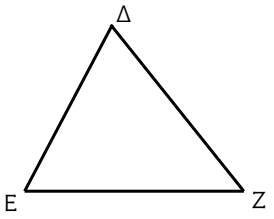
Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν
ἡ μὲν ΒΗ τῇ ΔΕ,
ἡ δὲ ΒΓ τῇ ΕΖ,
δύο δὴ αἱ ΒΗ, ΒΓ
δυσὶ ταῖς ΔΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσὶν
ἑκατέρα ἑκατέρᾳ·
καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΗΒΓ
γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἴση ἐστίν·
βάσις ἄρα ἡ ΗΓ
βάσει τῇ ΔΖ ἴση ἐστίν,
καὶ τὸ ΗΒΓ τρίγωνον
τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν,
καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι
ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται,
ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν·
ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΗΓΒ γωνία
τῇ ὑπὸ ΔΖΕ.
ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΔΖΕ

Dolayısıyla eşit olduğundan
ΒΗ, ΔΕ'a
ve ΒΓ, ΕΖ'ya,
o halde ΒΗ ve ΒΓ ikilisi
ΔΕ ve ΕΖ ikilisine eşittir,
her biri birine,
ve ΗΒΓ açısı
ΔΕΖ açısına eşittir;
böylece ΗΓ tabanı
ΔΖ tabanına eşittir,
ve ΗΒΓ üçgeni
ΔΕΖ üçgenine eşittir,
ve kalan açılar
kalan açılara eşit olacaklar
eşit kenarlar raptettiği.
Böylece ΒΓΗ açısı eşittir
ΔΖΕ'a.
Ama ΔΖΕ,

τῇ ὑπὸ ΒΓΑ ὑπόκειται ἴση·
καὶ ἡ ὑπὸ ΒΓΗ ἄρα
τῇ ὑπὸ ΒΓΑ ἴση ἐστίν,
ἡ ἐλάσσων τῇ μείζονι·
ὅπερ ἀδύνατον.
οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν
ἡ ΑΒ τῇ ΔΕ.
ἴση ἄρα.
ἔστι δὲ καὶ
ἡ ΒΓ τῇ ΕΖ ἴση·
δύο δὴ αἱ ΑΒ, ΒΓ
δυσὶ ταῖς ΔΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσὶν
ἑκατέρα ἑκατέρᾳ·
καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ
γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἐστιν ἴση·
βάσις ἄρα ἡ ΑΓ
βάσει τῇ ΔΖ ἴση ἐστίν,
καὶ λοιπὴ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ
τῇ λοιπῇ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ
ἴση ἐστίν.

ΒΓΑ'ya eşit kabul edilir,
böylece ΒΓΗ de
ΒΓΑ açısına eşittir,
daha küçük olan daha büyük olana,
ki bu imkânsızdır.
Böylece eşit değil değildir,
ΑΒ, ΔΕ kenarına.
Böylece eşittir.
Ve durum şöyledir;
ΒΓ, ΕΖ kenarına eşittir;
o halde ΑΒ ve ΒΓ ikilisi
ΔΕ ve ΕΖ ikilisine eşittir,
her biri birine;
ΑΒΓ açısı da
ΔΕΖ açısına eşittir;
böylece ΑΓ tabanı
ΔΖ tabanına eşittir,
ve kalan ΒΑΓ açısı
kalan ΕΔΖ açısına
eşittir.




ἀλλὰ δὴ πάλιν ἔστωσαν
αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας πλευραὶ ὑποτείνουσαι ἴσαι,
ὡς ἡ ΑΒ τῇ ΔΕ·
λέγω πάλιν, ὅτι
καὶ αἱ λοιπαὶ πλευραὶ
ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσαι ἔσονται,
ἡ μὲν ΑΓ τῇ ΔΖ,

Ama o halde yine olsun
eşit açıları rapteden kenarlar eşit,

ΑΒ, ΔΕ kenarına gibi;
Yine diyorum ki
kalan kenarlar da
kalan kenarlara eşit olacaklar,
ΑΓ, ΔΖ kenarına

ἡ δὲ ΒΓ τῇ ΕΖ
καὶ ἔτι ἡ λοιπὴ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ
τῇ λοιπῇ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ
ἴση ἐστίν.

ve ΒΓ, ΕΖ kenarına
ve kalan ΒΑΓ açısı da
kalan ΕΔΖ açısına
eşittir.

Εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν
ἡ ΒΓ τῇ ΕΖ,
μία αὐτῶν μείζων ἐστίν.
ἔστω μείζων, εἰ δυνατόν, ἡ ΒΓ,
καὶ κείσθω
τῇ ΕΖ ἴση ἡ ΒΘ,
καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΘ.
καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν
ἡ μὲν ΒΘ τῇ ΕΖ
ἡ δὲ ΑΒ τῇ ΔΕ,
δύο δὴ αἱ ΑΒ, ΒΘ
δυσὶ ταῖς ΔΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσὶν
ἑκατέρα ἑκατέρᾳ·
καὶ γωνίας ἴσας περιέχουσιν·
βάσις ἄρα ἡ ΑΘ
βάσει τῇ ΔΖ ἴση ἐστίν,
καὶ τὸ ΑΒΘ τρίγωνον
τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν,
καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι
ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται,
ὑφ' ἃς αἱ ἴσας πλευραὶ ὑποτείνουσιν·
ἴση ἄρα ἐστὶν
ἡ ὑπὸ ΒΘΑ γωνία τῇ ὑπὸ ΕΖΔ.
ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΕΖΔ
τῇ ὑπὸ ΒΓΑ ἐστιν ἴση·
τριγώνου δὴ τοῦ ΑΘΓ
ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΒΘΑ ἴση ἐστὶ
τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ ΒΓΑ·
ὅπερ ἀδύνατον.
οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν
ἡ ΒΓ τῇ ΕΖ·
ἴση ἄρα.
ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΔΕ ἴση.

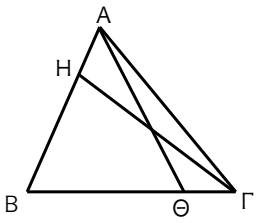
Zira eğer eşit değil ise,
ΒΓ, ΕΖ kenarına,
biri daha büyüktür.
Mümkünse, ΒΓ daha büyük olsun,
ve oturmuş olsun
ΕΖ'ya eşit olan ΒΘ,
ve ΑΘ birleştirilmiş olsun.
Ayrıca eşit olduğundan
ΒΘ, ΕΖ kenarına,
ve ΑΒ, ΔΕ kenarına,
o halde ΑΒ ve ΒΘ ikilisi,
ΔΕ ve ΕΖ ikilisine eşittir,
her biri birine;
ve eşit açıları içerirler,
böylece ΑΘ tabanı
ΔΖ tabanına eşittir,
ve ΑΒΘ üçgeni
ΔΕΖ üçgenine eşittir,
ve kalan açılar
kalan açılara eşit olacak,
eşit kenarların raptettiği.
Böylece eşittir
ΒΘΑ açısı, ΕΖΔ açısına.
Ama ΕΖΔ,
ΒΓΑ açısına eşittir;
o halde ΑΘΓ üçgeninin
ΒΘΑ dış açısı eşittir
iç ve karşıt ΒΓΑ açısına;
ki bu imkânsızdır.
Böylece eşit değil değildir
ΒΓ, ΕΖ'ya;
böylece eşittir.
Ve tekrar ΑΒ, ΔΕ kenarına eşittir.

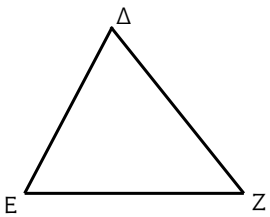
δύο δὴ αἱ ΑΒ, ΒΓ
δύο ταῖς ΔΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσὶν
ἑκατέρα ἑκατέρᾳ·
καὶ γωνίας ἴσας περιέχουσι·
βάσις ἄρα ἡ ΑΓ
βάσει τῇ ΔΖ ἴση ἐστίν,
καὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον
τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ ἴσον
καὶ λοιπὴ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ
τῇ λοιπῇ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἴση.

O halde ΑΒ ve ΒΓ ikilisi
ΔΕ ve ΕΖ ikilisine eşittir,
her biri birine;
ve eşit açılar içerirler;
böylece ΑΓ tabanı
ΔΖ tabanına eşittir,
ve ΑΒΓ üçgeni
ΔΕΖ üçgenine eşittir,
ve kalan ΒΑΓ açısı
kalan ΕΔΖ açısına eşittir.

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα
τὰς δύο γωνίας
δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχῃ
ἑκατέραν ἑκατέρᾳ
καὶ μίαν πλευρὰν
μιᾷ πλευρᾷ ἴσην
ἤτοι τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις,
ἢ τὴν ὑποτείνουσαν
ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν,
καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς
ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει
καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν
τῇ λοιπῇ γωνίᾳ·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Eğer, böylece, iki üçgenin
iki açısı
iki açısına eşitse,
her biri birine,
ve bir kenar
bir kenara eşitse,
ya eşit açıların arasında olan
ya da rapteden
eşit açıların birini;
kalan kenarları da
kalan kenarlarına eşit olacak,
kalan açıları da
kalan açılarına;
gösterilmesi gereken tam buydu.



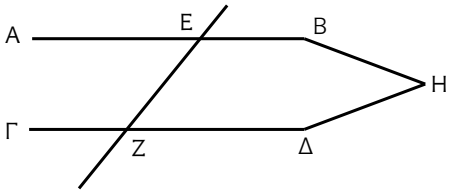



## 27. Önerme

| | |
|---|---|
| Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας<br>εὐθεῖα ἐμπίπτουσα<br>τὰς ἐναλλὰξ γωνίας<br>ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ,<br>παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις<br>αἱ εὐθεῖαι. | Eğer iki doğrunun üzerine<br>düşen bir doğru,<br>ters açıları<br>birbirine eşit yaparsa,<br>birbirine paralel olacak<br>doğrular. |
| Εἰς γὰρ δύο εὐθείας τὰς ΑΒ, ΓΔ εὐθεῖα<br>ἐμπίπτουσα ἡ ΕΖ<br>τὰς ἐναλλὰξ γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΕΖ, ΕΖΔ<br>ἴσας ἀλλήλαις ποιείτω· | Zira iki ΑΒ ve ΓΔ doğrularının üze-<br>rine düşen ΕΖ,<br>ters ΑΕΖ ve ΕΖΔ açılarını<br>birbirine eşit yapsın. |
| λέγω, ὅτι<br>παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ. | Diyorum ki<br>ΑΒ, ΓΔ'ya paraleldir. |
| Εἰ γὰρ μή,<br>ἐκβαλλόμεναι<br>αἱ ΑΒ, ΓΔ συμπεσοῦνται<br>ἤτοι ἐπὶ τὰ Β, Δ μέρη<br>ἢ ἐπὶ τὰ Α, Γ.<br>ἐκβεβλήσθωσαν<br>καὶ συμπιπτέτωσαν<br>ἐπὶ τὰ Β, Δ μέρη κατὰ τὸ Η.<br>τριγώνου δὴ τοῦ ΗΕΖ<br>ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΑΕΖ ἴση ἐστὶ<br>τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ ΕΖΗ·<br>ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον·<br>οὐκ ἄρα<br>αἱ ΑΒ, ΔΓ ἐκβαλλόμεναι<br>συμπεσοῦνται ἐπὶ τὰ Β, Δ μέρη.<br>ὁμοίως δὴ δειχθήσεται,<br>ὅτι<br>οὐδὲ ἐπὶ τὰ Α, Γ·<br>αἱ δὲ ἐπὶ μηδέτερα τὰ μέρη<br>συμπίπτουσαι | Zira eğer değilse,<br>uzatılan,<br>ΑΒ ve ΓΔ çarpışacak,<br>ya Β ve Δ kenarında,<br>ya da Α ve Γ kenarında.<br>Uzatılmış olsun,<br>ve çarpışşın<br>Β ve Δ tarafında, Η'da.<br>ΗΕΖ üçgeninin<br>ΑΕΖ dış açısı, eşittir<br>iç ve karşıt ΕΖΗ'ya;<br>ki bu imkânsızdır.<br>Böylece şöyle değildir:<br>ΑΒ ve ΓΔ, uzatılmış,<br>Β ve Δ tarafında çarpışacak.<br>Benzer şekilde o halde gösterilecek<br>ki<br>Α ve Γ tarafında da değil.<br>Hiçbir tarafta<br>çarpışanlar, |

παράλληλοί εἰσιν· paraleldir;
παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ. böylece ΑΒ, ΓΔ'ya paraleldir.

Ἐὰν ἄρα εἰς δύο εὐθείας Eğer, böylece, iki doğru üzerine
εὐθεῖα ἐμπίπτουσα düşen bir doğru
τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ters açıları
ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, birbirine eşit yaparsa
παράλληλοι ἔσονται birbirine paralel olacak
αἱ εὐθεῖαι· doğrular;
ὅπερ ἔδει δεῖξαι. gösterilmesi gereken tam buydu.

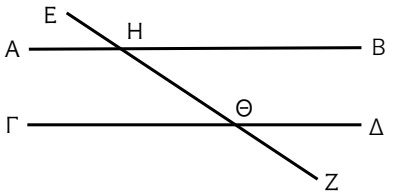


## 28. Önerme

| | |
|---|---|
| Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας | Eğer iki doğru üzerine |
| εὐθεῖα ἐμπίπτουσα | düşen bir doğru, |
| τὴν ἐκτὸς γωνίαν | dış açıyı, |
| τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον | iç ve karşıt |
| καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη | ve aynı tarafta [kalan] açıya |
| ἴσην ποιῇ | eşit yaparsa, |
| ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη | veya iç ve aynı tarafta [kalanları] |
| δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας, | iki dik açıya eşit, |
| παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις | birbirine paralel olacak |
| αἱ εὐθεῖαι. | doğrular. |
| | |
| Εἰς γὰρ δύο εὐθείας τὰς ΑΒ, ΓΔ | Zira ΑΒ ve ΓΔ doğruları üzerine |
| εὐθεῖα ἐμπίπτουσα ἡ ΕΖ | düşen ΕΖ doğrusu, |
| τὴν ἐκτὸς γωνίαν τὴν ὑπὸ ΕΗΒ | ΕΗΒ dış açısını |
| τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΗΘΔ | iç ve karşıt ΗΘΔ açısına |
| ἴσην ποιείτω | eşit yapsın, |
| ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη | veya iç ve aynı tarafta [kalan] |
| τὰς ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ | ΒΗΘ ve ΗΘΔ açıları |
| δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας· | iki dik açıya eşit. |
| | |
| λέγω, ὅτι | Diyorum ki |
| παράλληλός ἐστιν | paraleldir |
| ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ. | ΑΒ, ΓΔ'ya. |
| | |
| Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν | Zira eşit olduğundan |
| ἡ ὑπὸ ΕΗΒ τῇ ὑπὸ ΗΘΔ, | ΕΗΒ, ΗΘΔ'ya, |
| ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΕΗΒ | ama ΕΗΒ, |
| τῇ ὑπὸ ΑΗΘ ἐστιν ἴση, | ΑΗΘ'ya eşit olduğundan, |
| καὶ ἡ ὑπὸ ΑΗΘ ἄρα | böylece ΑΗΘ da |
| τῇ ὑπὸ ΗΘΔ ἐστιν ἴση· | ΗΘΔ'ya eşittir; |
| καί εἰσιν ἐναλλάξ· | ve onlar terstir; |
| παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ. | böylece ΑΒ, ΓΔ'ya paraleldir. |
| | |
| Πάλιν, ἐπεὶ αἱ ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ | Yine ΒΗΘ ve ΗΘΔ, |

| | |
|---|---|
| δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν, | iki dik açıya eşittir, |
| εἰσὶ δὲ καὶ αἱ ὑπὸ ΑΗΘ, ΒΗΘ | ve ΑΗΘ ve ΒΗΘ de, |
| δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι, | iki dik açıya eşittir, |
| αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΗΘ, ΒΗΘ | böylece ΑΗΘ ve ΒΗΘ, |
| ταῖς ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ ἴσαι εἰσίν· | ΒΗΘ ve ΗΘΔ'ya eşittir; |
| κοινὴ | ve ortak olarak |
| ἀφῃρήσθω ἡ ὑπὸ ΒΗΘ· | ΒΗΘ, ayırılmış olsun; |
| λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΗΘ | böylece ΑΗΘ kalanı |
| λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΗΘΔ ἐστιν ἴση· | ΗΘΔ kalanına eşittir; |
| καί εἰσιν ἐναλλάξ· | ve bunlar terstir; |
| παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ. | böylece ΑΒ, ΓΔ'ya paraleldir. |

| | |
|---|---|
| Ἐὰν ἄρα εἰς δύο εὐθείας | Eğer böylece iki doğru üzerine |
| εὐθεῖα ἐμπίπτουσα | düşen bir doğru, |
| τὴν ἐκτὸς γωνίαν | dış açıyı, |
| τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον | iç ve karşıt |
| καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη | ve aynı tarafta kalan açıya |
| ἴσην ποιῇ | eşit yaparsa, |
| ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη | veya iç ve aynı tarafta kalanları, |
| δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας, | iki dik açıya eşit, |
| παράλληλοι ἔσονται | birbirine paralel olacak |
| αἱ εὐθεῖαι· | doğrular; |
| ὅπερ ἔδει δεῖξαι. | gösterilmesi gereken tam buydu. |

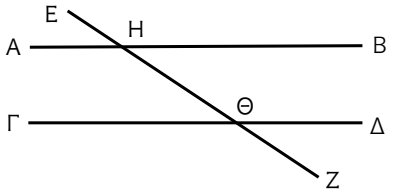


## 29. Önerme

| | |
|---|---|
| Ἡ εἰς τὰς παραλλήλους εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα | Paralel doğrular üzerine düşen bir doğru |
| τάς τε ἐναλλὰξ γωνίας | hem ters açıları |
| ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖ | birbirine eşit yapar, |
| καὶ τὴν ἐκτὸς | hem dış [açı]yı |
| τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴσην | iç ve karşıt [açı]ya eşit, |
| καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη | hem iç ve aynı taraftaki [açıları] |
| δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας. | iki dik açıya eşit. |
| | |
| Εἰς γὰρ παραλλήλους εὐθείας τὰς ΑΒ, ΓΔ | Zira paralel ΑΒ ve ΓΔ doğruları üzerine |
| εὐθεῖα ἐμπιπτέτω ἡ ΕΖ· | ΕΖ doğrusu düşsün. |
| | |
| λέγω, ὅτι τὰς ἐναλλὰξ γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΗΘ, ΗΘΔ ἴσας ποιεῖ | Diyorum ki ters ΑΗΘ ve ΗΘΔ açıları eşit yapar, |
| καὶ τὴν ἐκτὸς γωνίαν τὴν ὑπὸ ΕΗΒ | ve ΕΗΒ dış açısını |
| τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον | iç ve karşıt |
| τῇ ὑπὸ ΗΘΔ ἴσην | ΗΘΔ'ya eşit, |
| καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη | ve iç ve aynı taraftaki |
| τὰς ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ | ΒΗΘ ile ΗΘΔ açılarını |
| δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας. | iki dik açıya eşit. |
| | |
| Εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν | Zira eğer eşit değilse |
| ἡ ὑπὸ ΑΗΘ τῇ ὑπὸ ΗΘΔ, | ΑΗΘ, ΗΘΔ açısına, |
| μία αὐτῶν μείζων ἐστίν. | biri büyüktür. |
| ἔστω μείζων ἡ ὑπὸ ΑΗΘ· | ΑΗΘ daha büyük olsun; |
| κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΒΗΘ· | ortak olarak ΒΗΘ eklenmiş olsun; |
| αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΗΘ, ΒΗΘ | böylece ΑΗΘ ve ΒΗΘ, |
| τῶν ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ μείζονές εἰσιν. | ΒΗΘ ve ΗΘΔ'dan büyüktür. |
| ἀλλὰ αἱ ὑπὸ ΑΗΘ, ΒΗΘ | Ama ΑΗΘ ve ΒΗΘ |
| δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. | iki dik açıya eşittir. |
| [καὶ] αἱ ἄρα ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ | Böylece ΒΗΘ ve ΗΘΔ [da] |
| δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν. | iki dik açıdan küçüktür. |
| αἱ δὲ ἀπ᾽ ἐλασσόνων ἢ δύο ὀρθῶν | Ve iki dik açıdan küçük [açılar]dan |
| ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον | sonsuza uzatılan [doğrular], |

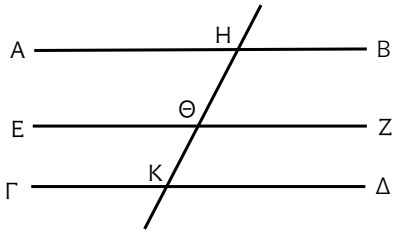
συμπίπτουσιν· çarpışır.
αἱ ἄρα ΑΒ, ΓΔ Böylece ΑΒ ve ΓΔ,
ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον uzatılınca sonsuza,
συμπεσοῦνται· çarpışır.
οὐ συμπίπτουσι δὲ Ama çarpışmaz,
διὰ τὸ παραλλήλους αὐτὰς çünkü paralel
ὑποκεῖσθαι· kabul edilir.
οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν Böylece eşit değil değildir
ἡ ὑπὸ ΑΗΘ τῇ ὑπὸ ΗΘΔ· ΑΗΘ, ΗΘΔ'ya.
ἴση ἄρα. Böylece eşittir.
ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΑΗΘ Ama ΑΗΘ,
τῇ ὑπὸ ΕΗΒ ἐστιν ἴση· ΕΗΒ açısına eşittir;
καὶ ἡ ὑπὸ ΕΗΒ ἄρα böylece ΕΗΒ da
τῇ ὑπὸ ΗΘΔ ἐστιν ἴση· ΗΘΔ açısına eşittir;
κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΒΗΘ· ortak olarak ΒΗΘ eklenmiş olsun;
αἱ ἄρα ὑπὸ ΕΗΒ, ΒΗΘ böylece ΕΗΒ ve ΒΗΘ,
ταῖς ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ ἴσαι εἰσίν. ΒΗΘ ve ΗΘΔ'ya eşittir.
ἀλλὰ αἱ ὑπὸ ΕΗΒ, ΒΗΘ Ama ΕΗΒ ve ΒΗΘ
δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· iki dik açıya eşittir.
καὶ αἱ ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ ἄρα Böylece ΒΗΘ ve ΗΘΔ da
δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. iki dik açıya eşittir.

Ἡ ἄρα εἰς τὰς παραλλήλους εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα Böylece paralel doğrular üzerine düşen bir doğru
τάς τε ἐναλλὰξ γωνίας hem ters açıları
ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖ birbirine eşit yapar,
καὶ τὴν ἐκτὸς hem dış [açı]yı
τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴσην iç ve karşıt [açı]ya eşit,
καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη hem iç ve aynı taraftaki [açıları]
δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας· iki dik açıya eşit;
ὅπερ ἔδει δεῖξαι. gösterilmesi gereken tam buydu.



## 30. Önerme

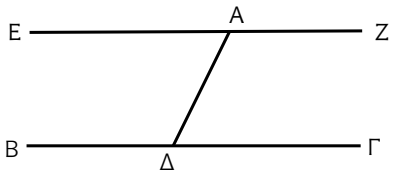
| | |
|---|---|
| Αἱ τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ παράλληλοι | Aynı doğruya paraleller, |
| καὶ ἀλλήλαις εἰσὶ παράλληλοι. | birbirine de paraleldir. |
| | |
| Ἔστω | Olsun |
| ἑκατέρα τῶν AB, ΓΔ | AB ve ΓΔ'nın her biri, |
| τῇ EZ παράλληλος· | EZ'ya paralel. |
| | |
| λέγω, ὅτι | Diyorum ki |
| καὶ ἡ AB τῇ ΓΔ ἐστι παράλληλος. | AB da ΓΔ'ya paraleldir. |
| | |
| Ἐμπιπτέτω γὰρ | Zira düşsün |
| εἰς αὐτὰς εὐθεῖα ἡ HK. | üzerlerine HK. |
| | |
| καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους εὐθείας τὰς AB, EZ | Ve paralel AB ve EZ doğrularının üzerine |
| εὐθεῖα ἐμπέπτωκεν ἡ HK, | HK doğrusu düşmüş olduğundan, |
| ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ AHK τῇ ὑπὸ HΘZ. | böylece AHK, HΘZ'ya eşittir. |
| πάλιν, ἐπεὶ εἰς παραλλήλους εὐθείας τὰς EZ, ΓΔ | Yine, paralel EZ ve ΓΔ doğrularının üzerine |
| εὐθεῖα ἐμπέπτωκεν ἡ HK, | HK doğrusu düşmüş olduğundan, |
| ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ HΘZ τῇ ὑπὸ HKΔ. | HΘZ, HKΔ açısına eşittir. |
| ἐδείχθη δὲ καὶ | Ve gösterilmişti |
| ἡ ὑπὸ AHK τῇ ὑπὸ HΘZ ἴση. | AHK, HΘZ'ya eşit. |
| καὶ ἡ ὑπὸ AHK ἄρα | Ve böylece AHK, |
| τῇ ὑπὸ HKΔ ἐστιν ἴση· | HKΔ'ya eşittir; |
| καί εἰσιν ἐναλλάξ. | ve bunlar terstir. |
| παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ AB τῇ ΓΔ. | Böylece AB, ΓΔ'ya paraleldir. |
| | |
| [Αἱ ἄρα τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ παράλληλοι | Böylece aynı doğruya paraleller |
| καὶ ἀλλήλαις εἰσὶ παράλληλοι·] | birbirine de paraleldir; |
| ὅπερ ἔδει δεῖξαι. | gösterilmesi gereken tam buydu. |


A
B
H
Θ
E
Z
K
Γ
Δ

## 31. Önerme

| | |
|---|---|
| Διὰ τοῦ δοθέντος σημείου | Verilmiş bir noktadan |
| τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ παράλληλον | verilmiş bir doğruya paralel |
| εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν. | bir doğru çizgi ilerlemek. |
| | |
| Ἔστω | Olsun |
| τὸ μὲν δοθὲν σημεῖον τὸ Α, | verilmiş nokta Α, |
| ἡ δὲ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΒΓ· | ve verilmiş doğru ΒΓ. |
| | |
| δεῖ δὴ | O halde gereklidir |
| διὰ τοῦ Α σημείου | Α noktasından |
| τῇ ΒΓ εὐθείᾳ παράλληλον | ΒΓ doğrusuna paralel |
| εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν. | bir doğru çizgi ilerlemek. |
| | |
| Εἰλήφθω | alınmış olsun |
| ἐπὶ τῆς ΒΓ | ΒΓ üzerinde |
| τυχὸν σημεῖον τὸ Δ, | rastgele bir Δ noktası, |
| καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΔ· | ve ΑΔ birleştirilmiş olsun, |
| καὶ συνεστάτω | ve inşa edilmiş olsun, |
| πρὸς τῇ ΔΑ εὐθείᾳ | ΔΑ doğrusunda, |
| καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Α | ve onun Α noktasında, |
| τῇ ὑπὸ ΑΔΓ γωνίᾳ ἴση | ΑΔΓ açısına eşit, |
| ἡ ὑπὸ ΔΑΕ· | ΔΑΕ; |
| καὶ ἐκβεβλήσθω | ve uzatılmış olsun, |
| ἐπ᾽ εὐθείας τῇ ΕΑ | ΕΑ ile aynı doğruda, |
| εὐθεῖα ἡ ΑΖ. | ΑΖ doğrusu. |
| | |
| καὶ ἐπεὶ εἰς δύο εὐθείας τὰς ΒΓ, ΕΖ | Ve ΒΓ ve ΕΖ doğruları üzerine |
| εὐθεῖα ἐμπίπτουσα ἡ ΑΔ | düşen ΑΔ doğrusu, |
| τὰς ἐναλλὰξ γωνίας τὰς ὑπὸ ΕΑΔ, ΑΔΓ | ters ΕΑΔ ve ΑΔΓ açılarını |
| ἴσας ἀλλήλαις πεποίηκεν, | birbirine eşit yaptığından, |
| παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΑΖ τῇ ΒΓ. | böylece ΕΑΖ, ΒΓ'ya paraleldir. |
| | |
| Διὰ τοῦ δοθέντος ἄρα σημείου τοῦ Α | Böylece, verilmiş Α noktasından, |
| τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ ΒΓ παράλληλος | verilmiş ΒΓ doğrusuna paralel, |
| εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ ΕΑΖ· | doğru ΕΑΖ çizgisi, ilerletilmiş oldu; |

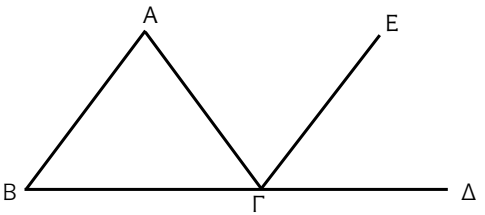
ὅπερ ἔδει ποιῆσαι. yapılması gereken tam buydu.



## 32. Önerme

| | |
|---|---|
| Παντὸς τριγώνου | Herhangi bir üçgenin |
| μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης | kenarlarından biri uzatılınca, |
| ἡ ἐκτὸς γωνία | dış açı |
| δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον | iki karşıt iç açıya |
| ἴση ἐστίν, | eşittir, |
| καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι | ve üçgenin üç iç açısı |
| δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. | |
| | iki dik açıya eşittir. |
| | |
| Ἔστω | Olsun |
| τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, | üçgen ΑΒΓ, |
| καὶ προσεκβεβλήσθω | ve uzatılmış olsun |
| αὐτοῦ μία πλευρὰ ἡ ΒΓ ἐπὶ τὸ Δ· | onun ΒΓ kenarı, Δ noktasına. |
| | |
| λέγω, ὅτι | Diyorum ki |
| ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΔ ἴση ἐστὶ | ΑΓΔ dış açısı eşittir |
| δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον | iki iç ve karşıt |
| ταῖς ὑπὸ ΓΑΒ, ΑΒΓ, | ΓΑΒ ve ΑΒΓ açılarına, |
| καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι | ve üçgenin üç iç açısı |
| αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΑ, ΓΑΒ | |
| δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. | —ΑΒΓ, ΒΓΑ, ve ΓΑΒ—, |
| | iki dik açıya eşittir. |
| | |
| Ἤχθω γὰρ | Zira ilerletilmiş olsun |
| διὰ τοῦ Γ σημείου | Γ noktasından |
| τῇ ΑΒ εὐθείᾳ παράλληλος | ΑΒ doğrusuna paralel |
| ἡ ΓΕ. | ΓΕ. |
| | |
| καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν | Ve paralel olduğundan |
| ἡ ΑΒ τῇ ΓΕ, | ΑΒ, ΓΕ'a, |
| καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν | ve bunların üzerine düştüğünden |
| ἡ ΑΓ, | ΑΓ, |
| αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΒΑΓ, ΑΓΕ | ters ΒΑΓ ve ΑΓΕ açıları |
| ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. | birbirine eşittir. |
| πάλιν, ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν | Yine, paralel olduğundan |

| | |
|---|---|
| ἡ ΑΒ τῇ ΓΕ, | AB, ΓΕ doğrusuna, |
| καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν | ve bunların üzerine düştüğünden |
| εὐθεῖα ἡ ΒΔ, | ΒΔ doğrusu, |
| ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΕΓΔ ἴση ἐστὶ | ΕΓΔ dış açısı eşittir |
| τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ ΑΒΓ. | iç ve karşıt ΑΒΓ açısına. |
| ἐδείχθη δὲ καὶ | Ve gösterilmişti |
| ἡ ὑπὸ ΑΓΕ τῇ ὑπὸ ΒΑΓ ἴση· | ΑΓΕ da, ΒΑΓ açısına eşit. |
| ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΔ γωνία | Böylece bütün ΑΓΔ açısı |
| ἴση ἐστὶ | eşittir |
| δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον | iki iç ve karşıt |
| ταῖς ὑπὸ ΒΑΓ, ΑΒΓ. | ΒΑΓ ve ΑΒΓ açılarına. |
| | |
| Κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΑΓΒ· | Ortak olarak ΑΓΒ eklensin; |
| αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΓΔ, ΑΓΒ | böylece ΑΓΔ ve ΑΓΒ açıları |
| τρισὶ ταῖς ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΑ, ΓΑΒ | ΑΒΓ, ΒΓΑ ve ΓΑΒ üçlüsüne |
| ἴσαι εἰσίν. | eşittir. |
| ἀλλ᾽ αἱ ὑπὸ ΑΓΔ, ΑΓΒ | Ama ΑΓΔ ve ΑΓΒ, |
| δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· | iki dik açıya eşittir; |
| καὶ αἱ ὑπὸ ΑΓΒ, ΓΒΑ, ΓΑΒ ἄρα | böylece ΑΓΒ, ΓΒΑ ve ΓΑΒ da |
| δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. | iki dik açıya eşittir. |
| | |
| Παντὸς ἄρα τριγώνου | Böylece, herhangi bir üçgenin |
| μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης | kenarlarından biri uzatılınca, |
| ἡ ἐκτὸς γωνία | dış açı |
| δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον | iki karşıt iç açıya |
| ἴση ἐστίν, | eşittir, |
| καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι | ve üçgenin üç iç açısı |
| δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· | iki dik açıya eşittir; |
| ὅπερ ἔδει δεῖξαι. | gösterilmesi gereken tam buydu. |



## 33. Önerme

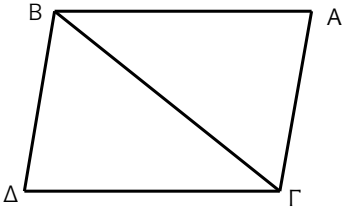
| | |
|---|---|
| Αἱ τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους | Eşit paralelleri |
| ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι | aynı tarafta birleştiren |
| εὐθεῖαι καὶ αὐταὶ | doğruların kendileri de |
| ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν. | hem eşit hem paraleldirler. |
| | |
| Ἔστωσαν | Olsun |
| ἴσαι τε καὶ παράλληλοι | eşit paraleller |
| αἱ ΑΒ, ΓΔ, | ΑΒ ve ΓΔ, |
| καὶ ἐπιζευγνύτωσαν αὐτὰς | ve bunları birleştirsin |
| ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη | aynı tarafta |
| εὐθεῖαι αἱ ΑΓ, ΒΔ· | ΑΓ ve ΒΔ doğruları. |
| | |
| λέγω, ὅτι | Diyorum ki |
| καὶ αἱ ΑΓ, ΒΔ | ΑΓ ve ΒΔ da |
| ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν. | eşit ve paraleldir. |
| | |
| Ἐπεζεύχθω ἡ ΒΓ. | ΒΓ birleştirilmiş olsun. |
| καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν | Ve paralel olduğundan |
| ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ, | ΑΒ, ΓΔ'ya, |
| καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν | ve bunların üzerine düştüğünden |
| ἡ ΒΓ, | ΒΓ, |
| αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΔ | ters ΑΒΓ ve ΒΓΔ açıları |
| ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. | birbirine eşittir. |
| καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ | Ve ΑΒ, ΓΔ'ya eşit olduğundan, |
| κοινὴ δὲ ἡ ΒΓ, | ve ΒΓ ortak [olduğundan], |
| δύο δὴ αἱ ΑΒ, ΒΓ | ΑΒ ve ΒΓ ikilisi |
| δύο ταῖς ΒΓ, ΓΔ ἴσαι εἰσίν· | ΒΓ ve ΓΔ ikilisine eşittir; |
| καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ | ΑΒΓ açısı da |
| γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΓΔ ἴση· | ΒΓΔ açısına eşittir; |
| βάσις ἄρα ἡ ΑΓ | böylece ΑΓ tabanı |
| βάσει τῇ ΒΔ ἐστιν ἴση, | ΒΔ tabanına eşittir, |
| καὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον | ve ΑΒΓ üçgeni |
| τῷ ΒΓΔ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν, | ΒΓΔ üçgenine eşittir, |
| καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι | ve kalan açılar |
| ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται | kalan açılara eşit olacak, |

ἑκατέρα ἑκατέρᾳ,
ὑφ᾽ ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν·
ἴση ἄρα
ἡ ὑπὸ ΑΓΒ γωνία τῇ ὑπὸ ΓΒΔ.
καὶ ἐπεὶ εἰς δύο εὐθείας τὰς ΑΓ, ΒΔ
εὐθεῖα ἐμπίπτουσα ἡ ΒΓ
τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις
πεποίηκεν,
παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΒΔ.
ἐδείχθη δὲ αὐτῇ καὶ ἴση.

her biri birine,
eşit kenarların raptettiği;
böylece eşittir
ΑΓΒ açısı, ΓΒΔ'ya.
Ve iki ΑΓ ve ΒΔ doğrularının üzerine
düşen ΒΓ doğrusu,
ters açıları birbirine eşit
yaptığından,
böylece ΑΓ, ΒΔ'ya paraleldir.
Ve ona eşit olduğu da gösterilmişti.

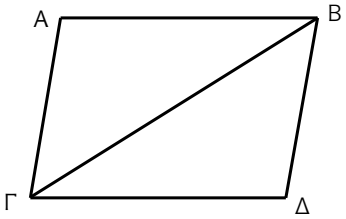
Αἱ ἄρα τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους
ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι
εὐθεῖαι καὶ αὐταὶ
ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Böylece eşit paralelleri
aynı tarafta birleştiren
doğruların kendileri de
hem eşit hem paraleldirler;
gösterilmesi gereken tam buydu.



## 34. Önerme

| | |
|---|---|
| Τῶν παραλληλογράμμων χωρίων | Paralelkenar alanların |
| αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι | hem karşıt kenarları hem de açıları, |
| ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, | birbirine eşittir, |
| καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ δίχα τέμνει. | ve köşegen onları ikiye böler. |




| | |
|---|---|
| Ἔστω | Olsun |
| παραλληλόγραμμον χωρίον τὸ ΑΓΔΒ, | paralelkenar alan ΑΓΔΒ; |
| διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΒΓ· | ve onun köşegeni, ΒΓ. |
| | |
| λέγω, ὅτι | Diyorum ki |
| τοῦ ΑΓΔΒ παραλληλογράμμου | ΑΓΔΒ paralelkenarının |
| αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι | karşıt kenarları ve açıları |
| ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, | birbirine eşittir, |
| καὶ ἡ ΒΓ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει. | ve ΒΓ köşegeni onu ikiye böler. |
| | |
| Ἐπεὶ γὰρ παράλληλός ἐστιν | Zira paralel olduğundan |
| ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ, | ΑΒ, ΓΔ'ya, |
| καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν εὐθεῖα ἡ ΒΓ, | ve bunların üzerine düşmüş olduğundan ΒΓ, |
| αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΔ | ters ΑΒΓ ve ΒΓΔ açıları |
| ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. | birbirine eşittir. |
| πάλιν ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν | Yine, paralel olduğundan |
| ἡ ΑΓ τῇ ΒΔ, | ΑΓ, ΒΔ'ya, |
| καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν ἡ ΒΓ, | ve bunların üzerine düşmüş olduğundan ΒΓ, |
| αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΓΒ, ΓΒΔ | ters ΑΓΒ ve ΓΒΔ açıları |

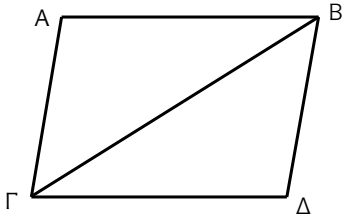
| | |
|---|---|
| ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. | birbirine eşittir. |
| δύο δὴ τρίγωνά ἐστι | O halde iki üçgendir |
| τὰ ΑΒΓ, ΒΓΔ | ΑΒΓ ve ΒΓΔ, |
| τὰς δύο γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΑ | iki ΑΒΓ ve ΒΓΑ açıları |
| δυσὶ ταῖς ὑπὸ ΒΓΔ, ΓΒΔ | iki ΒΓΔ ve ΓΒΔ açılarına |
| ἴσας ἔχοντα | eşit olan, |
| ἑκατέραν ἑκατέρᾳ | her biri birine, |
| καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην | ve bir kenarı, bir kenarına eşit olan, |
| τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις | eşit açıların yanında olan, |
| κοινὴν αὐτῶν τὴν ΒΓ· | onların ortak ΒΓ; |
| καὶ τὰς λοιπὰς ἄρα πλευρὰς | böylece kalan kenarları da |
| ταῖς λοιπαῖς ἴσας ἕξει | kalan kenarlarına eşit olacaklar, |
| ἑκατέραν ἑκατέρᾳ | her biri birine, |
| καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν | ve kalan açı |
| τῇ λοιπῇ γωνίᾳ· | kalan açıya; |
| ἴση ἄρα | böylece eşittir |
| ἡ μὲν ΑΒ πλευρὰ τῇ ΓΔ, | ΑΒ kenarı ΓΔ'ya, |
| ἡ δὲ ΑΓ τῇ ΒΔ, | ve ΑΓ, ΒΔ'ya, |
| καὶ ἔτι ἴση ἐστὶν | ve eşittir |
| ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΓΔΒ. | ΒΑΓ açısı, ΓΔΒ'ya. |
| καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν | Ve eşit olduğundan |
| ἡ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΒΓΔ, | ΑΒΓ açısı, ΒΓΔ'ya, |
| ἡ δὲ ὑπὸ ΓΒΔ τῇ ὑπὸ ΑΓΒ, | ve ΓΒΔ, ΑΓΒ açısına, |
| ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΔ | böylece bütün ΑΒΔ, |
| ὅλῃ τῇ ὑπὸ ΑΓΔ ἐστιν ἴση. | bütün ΑΓΔ'ya eşittir. |
| ἐδείχθη δὲ καὶ | Ve gösterilmişti |
| ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΓΔΒ ἴση. | ΒΑΓ da, ΓΔΒ'ya eşit. |
| | |
| Τῶν ἄρα παραλληλογράμμων χωρίων | Böylece, paralelkenar alanların |
| αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι | hem karşıt kenarları hem de açıları, |
| ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. | birbirine eşittir. |
| | |
| Λέγω δή, ὅτι | O halde diyorum ki |
| καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ δίχα τέμνει. | köşegen de onları ikiye böler. |
| | |
| ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ, | Zira ΑΒ, ΓΔ'ya eşit olduğundan, |
| κοινὴ δὲ ἡ ΒΓ, | ve ΒΓ ortak olduğundan, |
| δύο δὴ αἱ ΑΒ, ΒΓ | o halde ΑΒ ve ΒΓ ikilisi |

δυσὶ ταῖς ΓΔ, ΒΓ ἴσαι εἰσὶν
ἑκατέρα ἑκατέρᾳ·
καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ
γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΓΔ ἴση.
καὶ βάσις ἄρα ἡ ΑΓ
τῇ ΔΒ ἴση.
καὶ τὸ ΑΒΓ [ἄρα] τρίγωνον
τῷ ΒΓΔ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν.

ΓΔ ve ΒΓ ikilisine eşittir,
her biri birine;
ve ΑΒΓ açısı,
ΒΓΔ açısına eşittir.
Böylece ΑΓ tabanı da,
ΔΒ'ya eşittir.
Böylece ΑΒΓ üçgeni de
ΒΓΔ üçgenine eşittir.

Ἡ ἄρα ΒΓ διάμετρος δίχα τέμνει
τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Böylece ΒΓ köşegeni ikiye böler
ΑΒΓΔ paralelkenarını;
gösterilmesi gereken tam buydu.

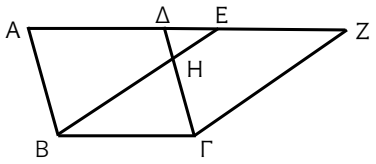


## 35. Önerme

| | |
|---|---|
| Τὰ παραλληλόγραμμα | Paralelkenarlar |
| τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα | aynı tabanda olan |
| καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις | ve aynı paralellerde, |
| ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν. | birbirine eşittir. |
| | |
| Ἔστω | Olsun |
| παραλληλόγραμμα τὰ ΑΒΓΔ, ΕΒΓΖ | paralelkenarlar ΑΒΓΔ ve ΕΒΓΔ, |
| ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως τῆς ΒΓ | aynı ΓΒ tabanında, |
| καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΑΖ, ΒΓ· | ve aynı ΑΖ ve ΒΓ paralellerinde. |
| | |
| λέγω, ὅτι | Diyorum ki |
| ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ | ΑΒΓΔ eşittir |
| τῷ ΕΒΓΖ παραλληλογράμμῳ. | ΕΒΓΖ paralelkenarına. |
| | |
| Ἐπεὶ γὰρ παραλληλόγραμμόν ἐστι | Zira paralelkenar olduğundan |
| τὸ ΑΒΓΔ, | ΑΒΓΔ, |
| ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΒΓ. | ΑΔ, ΒΓ'ya eşittir. |
| διὰ τὰ αὐτὰ δὴ | Aynı sebeple o halde |
| καὶ ἡ ΕΖ τῇ ΒΓ ἐστιν ἴση· | ΕΖ da, ΒΓ'ya eşittir; |
| ὥστε καὶ ἡ ΑΔ τῇ ΕΖ ἐστιν ἴση· | öyleyse ΑΔ da ΕΖ'ya eşittir; |
| καὶ κοινὴ ἡ ΔΕ· | ve ΔΕ ortaktır; |
| ὅλη ἄρα ἡ ΑΕ | böylece bütün ΑΕ, |
| ὅλῃ τῇ ΔΖ ἐστιν ἴση. | bütün ΔΖ'ya eşittir. |
| ἔστι δὲ καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΔΓ ἴση· | ΑΒ da ΔΓ'ya eşittir. |
| δύο δὴ αἱ ΕΑ, ΑΒ | O halde ΕΑ ve ΑΒ ikilisi |
| δύο ταῖς ΖΔ, ΔΓ ἴσαι εἰσὶν | ΖΔ ve ΔΓ ikilisine eşittir |
| ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· | her biri birine; |
| καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΖΔΓ | ve ΖΔΓ açısı da |
| γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΑΒ ἐστιν ἴση | ΕΑΒ açısına eşittir, |
| ἡ ἐκτὸς τῇ ἐντός· | dış açı, iç açıya; |
| βάσις ἄρα ἡ ΕΒ | böylece ΕΒ tabanı |
| βάσει τῇ ΖΓ ἴση ἐστίν, | ΖΓ tabanına eşittir, |
| καὶ τὸ ΕΑΒ τρίγωνον | ve ΕΑΒ üçgeni |
| τῷ ΔΖΓ τριγώνῳ ἴσον ἔσται· | ΔΖΓ üçgenine eşit olacak; |

| | |
|---|---|
| κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΔΗΕ· | ortak ΔΗΕ ayrılmış olsun; |
| λοιπὸν ἄρα τὸ ΑΒΗΔ τραπέζιον | böylece kalan ΑΒΗΔ yamuğu[19] |
| λοιπῷ τῷ ΕΗΓΖ τραπεζίῳ ἐστὶν ἴσον· | kalan ΕΗΓΖ yamuğuna eşittir; |
| κοινὸν προσκείσθω | ortak olarak eklenmiş olsun |
| τὸ ΗΒΓ τρίγωνον· | ΗΒΓ üçgeni; |
| ὅλον ἄρα τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον | böylece bütün ΑΒΓΔ paralelkenarı, |
| ὅλῳ τῷ ΕΒΓΖ παραλληλογράμμῳ ἴσον ἐστίν. | bütün ΕΒΓΖ paralelkenarına eşittir. |

| | |
|---|---|
| Τὰ ἄρα παραλληλόγραμμα | Böylece paralelkenarlar; |
| τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα | aynı tabanda olan |
| καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις | ve aynı paralellerde olanlar, |
| ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· | birbirine eşittir; |
| ὅπερ ἔδει δεῖξαι. | gösterilmesi gereken tam buydu. |




[19] Yani *trapezion.*

## 36. Önerme

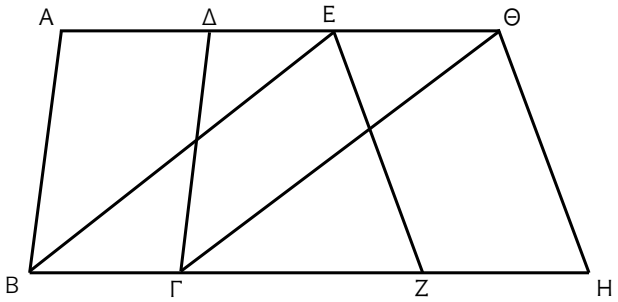
| | |
|---|---|
| Τὰ παραλληλόγραμμα | Paralelkenarlar |
| τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα | eşit tabanlarda olan |
| καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις | ve aynı paralellerde, |
| ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν. | birbirine eşittir. |
| | |
| Ἔστω | Olsun |
| παραλληλόγραμμα τὰ ΑΒΓΔ, ΕΖΗΘ | paralelkenarlar ΑΒΓΔ ve ΕΖΗΘ |
| ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα τῶν ΒΓ, ΖΗ | eşit ΒΓ ve ΖΗ tabanlarında, |
| καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΑΘ, ΒΗ· | ve aynı ΑΘ ve ΒΗ paralellerinde. |
| | |
| λέγω, ὅτι | Diyorum ki |
| ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον | ΑΒΓΔ paralelkenarı eşittir |
| τῷ ΕΖΗΘ. | ΕΖΗΘ'ya. |
| | |
| Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ | Zira birleştirilmiş olsun |
| αἱ ΒΕ, ΓΘ. | ΒΕ ile ΓΘ. |
| | |
| καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΖΗ, | Ve eşit olduğundan ΒΓ ile ΖΗ, |
| ἀλλὰ ἡ ΖΗ τῇ ΕΘ ἐστιν ἴση, | ama ΖΗ, ΕΘ'ya eşit olduğundan, |
| καὶ ἡ ΒΓ ἄρα τῇ ΕΘ ἐστιν ἴση. | böylece ΒΓ da, ΕΘ'ya eşittir. |
| εἰσὶ δὲ καὶ παράλληλοι. | Ve paraleldirler de. |
| καὶ ἐπιζευγνύουσιν αὐτὰς αἱ ΕΒ, ΘΓ· | Ve ΕΒ ve ΘΓ onları birleştirir. |
| αἱ δὲ τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους | Ve hem eşit hem paraleller |
| ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι | aynı tarafta birleştirenler |
| ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσι | hem eşit hem paraleldir. |
| [καὶ αἱ ΕΒ, ΘΓ ἄρα | [Ve böylece ΕΒ ve ΘΓ, |
| ἴσαι τέ εἰσι καὶ παράλληλοι]. | hem eşit hem paraleldir.] |
| παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΕΒΓΘ. | Böylece ΕΒΓΘ bir paralelkenardır. |
| καί ἐστιν ἴσον τῷ ΑΒΓΔ· | Ve eşittir ΑΒΓΔ'ya. |
| βάσιν τε γὰρ αὐτῷ τὴν αὐτὴν ἔχει τὴν ΒΓ, | Zira onunla aynı ΒΓ tabanı vardır, |
| καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστὶν αὐτῷ ταῖς ΒΓ, ΑΘ. | ve onunla aynı ΒΓ ve ΑΘ paralellerindedir. |

διὰ τὰ αὐτὰ δὴ
καὶ τὸ ΕΖΗΘ
τῷ αὐτῷ τῷ ΕΒΓΘ ἐστιν ἴσον·
ὥστε καὶ τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον
τῷ ΕΖΗΘ ἐστιν ἴσον.

Aynı sebeple o halde,
ΕΖΗΘ da,
aynı ΕΒΓΘ'ya eşittir;
öyleyse ΑΒΓΔ paralelkenarı da,
ΕΖΗΘ'ya eşittir.

Τὰ ἄρα παραλληλόγραμμα
τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα
καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις
ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Böylece paralelkenarlar
eşit tabanlarda olan
ve aynı paralellerde,
birbirine eşittir;
gösterilmesi gereken tam buydu.

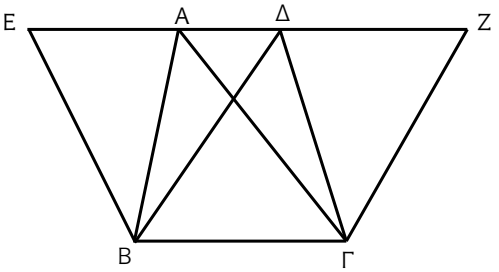


## 37. Önerme

| | |
|---|---|
| Τὰ τρίγωνα | Üçgenler |
| τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα | aynı tabanda olan |
| καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις | ve aynı paralellerde, |
| ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν. | birbirine eşittir. |
| | |
| Ἔστω | Olsun |
| τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΒΓ | üçgenler ΑΒΓ ve ΔΒΓ, |
| ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως τῆς ΒΓ | aynı ΒΓ tabanında |
| καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις | ve aynı paralellerinde |
| ταῖς ΑΔ, ΒΓ· | [yani] ΑΔ ve ΒΓ. |
| | |
| λέγω, ὅτι | Diyorum ki |
| ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον | ΑΒΓ üçgeni, eşittir |
| τῷ ΔΒΓ τριγώνῳ. | ΔΒΓ üçgenine. |
| | |
| Ἐκβεβλήσθω | Uzatılmış olsun |
| ἡ ΑΔ ἐφ᾽ ἑκάτερα τὰ μέρη | ΑΔ doğrusu, her iki kenarda, |
| ἐπὶ τὰ Ε, Ζ, | Ε ve Ζ noktalarına, |
| καὶ διὰ μὲν τοῦ Β | ve Β'dan, |
| τῇ ΓΑ παράλληλος | ΓΑ'ya paralel |
| ἤχθω ἡ ΒΕ, | ΒΕ ilerletilmiş olsun, |
| διὰ δὲ τοῦ Γ | ve Γ'dan |
| τῇ ΒΔ παράλληλος | ΒΔ'ya paralel |
| ἤχθω ἡ ΓΖ. | ΓΖ ilerletilmiş olsun. |
| | |
| παραλληλόγραμμον ἄρα | Böylece paralelkenardır |
| ἐστὶν ἑκάτερον τῶν ΕΒΓΑ, ΔΒΓΖ· | birer ΕΒΓΑ ile ΔΒΓΖ; |
| καί εἰσιν ἴσα· | ve [bunlar] eşittir; |
| ἐπί τε γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεώς εἰσι τῆς ΒΓ | zira hem aynı ΒΓ tabanında |
| καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΓ, ΕΖ· | hem aynı ΒΓ ve ΕΖ paralellerinde; |
| καί ἐστι τοῦ μὲν ΕΒΓΑ παραλληλογράμμου ἥμισυ | ve ΕΒΓΑ paralelkenarının yarısı, |

| | |
|---|---|
| τὸ ΑΒΓ τρίγωνον· | ΑΒΓ üçgenidir, |
| ἡ γὰρ ΑΒ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει· | zira ΑΒ köşegeni onu ikiye böler; |
| τοῦ δὲ ΔΒΓΖ παραλληλογράμμου | ve ΔΒΓΖ paralelkenarının |
| ἥμισυ τὸ ΔΒΓ τρίγωνον· | yarısı, ΔΒΓ üçgenidir, |
| ἡ γὰρ ΔΓ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει. | zira ΔΓ köşegeni onu ikiye böler. |
| [τὰ δὲ τῶν ἴσων ἡμίση | [Ve eşitlerin yarıları |
| ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν]. | birbirine eşittir.] |
| ἴσον ἄρα ἐστὶ | Böylece eşittir |
| τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΒΓ τριγώνῳ. | ΑΒΓ üçgeni ΔΒΓ üçgenine. |

| | |
|---|---|
| Τὰ ἄρα τρίγωνα | Böylece üçgenler |
| τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα | aynı tabanda olan |
| καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις | ve aynı paralellerde, |
| ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· | birbirine eşittir; |
| ὅπερ ἔδει δεῖξαι. | gösterilmesi gereken tam buydu. |



## 38. Önerme

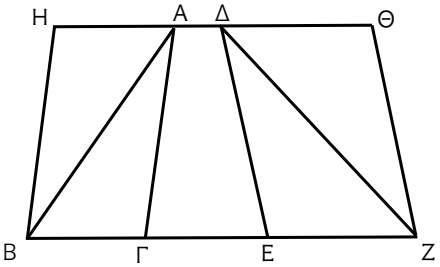
| | |
|---|---|
| Τὰ τρίγωνα | Üçgenler |
| τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα | eşit tabanlarda olan |
| καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις | ve aynı paralelerde, |
| ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν. | birbirine eşittir. |
| | |
| Ἔστω | Olsun |
| τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ | üçgenler ΑΒΓ ve ΔΕΖ |
| ἐπὶ ἴσων βάσεων τῶν ΒΓ, ΕΖ | eşit ΒΓ ve ΕΖ tabanlarında |
| καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΖ, ΑΔ· | ve aynı ΒΖ ve ΑΔ paralellerinde. |
| | |
| λέγω, ὅτι | Diyorum ki |
| ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον | ΑΒΓ üçgeni, eşittir |
| τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ. | ΔΕΖ üçgenine. |
| | |
| Ἐκβεβλήσθω γὰρ ἡ ΑΔ | Zira ΑΔ uzatılmış olsun |
| ἐφ᾽ ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ τὰ Η, Θ, | her iki tarafta Η ve Θ'ya, |
| καὶ διὰ μὲν τοῦ Β | ve Β'dan, |
| τῇ ΓΑ παράλληλος | ΓΑ'ya paralel, |
| ἤχθω ἡ ΒΗ, | ΒΗ ilerletilmiş olsun, |
| διὰ δὲ τοῦ Ζ | ve Ζ'dan, |
| τῇ ΔΕ παράλληλος | ΔΕ'a paralel, |
| ἤχθω ἡ ΖΘ. | ΖΘ ilerletilmiş olsun. |
| | |
| παραλληλόγραμμον ἄρα | Böylece paralelkenardır |
| ἐστὶν ἑκάτερον τῶν ΗΒΓΑ, ΔΕΖΘ· | birer ΗΒΓΑ ile ΔΕΖΘ; |
| καὶ ἴσον τὸ ΗΒΓΑ τῷ ΔΕΖΘ· | ve ΗΒΓΑ, ΔΕΖΘ'ya eşittir; |
| ἐπί τε γὰρ ἴσων βάσεών εἰσι τῶν ΒΓ, ΕΖ | zira hem eşit ΒΓ ve ΕΖ tabanlarında, |
| καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΖ, ΗΘ· | hem aynı ΒΖ ve ΗΘ paralellerinde; |
| καί ἐστι τοῦ μὲν ΗΒΓΑ παραλληλογράμμου ἥμισυ | ve ΗΒΓΑ paralelkenarının yarısı, |

τὸ ΑΒΓ τρίγωνον.
ἡ γὰρ ΑΒ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει·
τοῦ δὲ ΔΕΖΘ παραλληλογράμμου ἥμισυ
τὸ ΖΕΔ τρίγωνον·
ἡ γὰρ ΔΖ δίαμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει
[τὰ δὲ τῶν ἴσων ἡμίση
ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν].
ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον
τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ.

ΑΒΓ üçgenidir.
Zira ΑΒ köşegeni onu ikiye böler;
ve ΔΕΖΘ paralelkenarının yarısı,
ΖΕΔ üçgenidir;
zira ΔΖ köşegeni onu ikiye böler.
[Ve eşitlerin yarıları,
birbirine eşittir.]
Böylece ΑΒΓ üçgeni eşittir
ΔΕΖ üçgenine.

Τὰ ἄρα τρίγωνα
τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα
καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις
ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Böylece üçgenler
eşit tabanlarda olan
ve aynı paralelerde,
birbirine eşittir;
gösterilmesi gereken tam buydu.



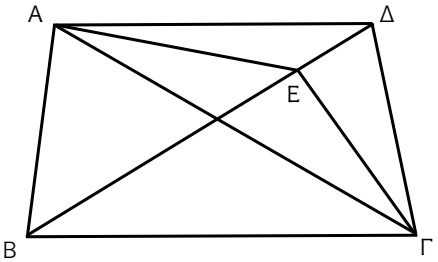
## 39. Önerme

| | |
|---|---|
| Τὰ ἴσα τρίγωνα | Eşit üçgenler |
| τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα | aynı tabanda olan |
| καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη | ve aynı tarafında, |
| καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν. | aynı paralellerdedir de. |
| | |
| Ἔστω | Olsun |
| ἴσα τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΒΓ | eşit üçgenleri ΑΒΓ ve ΔΒΓ |
| ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τῆς ΒΓ· | aynı ΒΓ tabanında ve aynı tarafında olan. |
| | |
| [λέγω, ὅτι | [Diyorum ki |
| καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.] | aynı paralellerdedirler de. |
| | |
| Ἐπεζεύχθω [γὰρ] ἡ ΑΔ· | [Zira][20] ΑΔ birleştirilmiş olsun. |
| | |
| λέγω, ὅτι | Diyorum ki |
| παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΔ τῇ ΒΓ. | paraleldir ΑΔ, ΒΓ tabanına. |
| | |
| Εἰ γὰρ μή, | Zira eğer değil ise, |
| ἤχθω | ilerletilmiş olsun |
| διὰ τοῦ Α σημείου | Α noktasından |
| τῇ ΒΓ εὐθείᾳ παράλληλος | ΒΓ doğrusuna paralel |
| ἡ ΑΕ, | ΑΕ, |
| καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΓ. | ve ΕΓ birleştirilmiş olsun. |
| ἴσον ἄρα ἐστὶ | Eşittir böylece |
| τὸ ΑΒΓ τρίγωνον | ΑΒΓ üçgeni, |
| τῷ ΕΒΓ τριγώνῳ· | ΕΒΓ üçgenine; |
| ἐπί τε γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεώς ἐστιν αὐτῷ τῆς ΒΓ | zira hem onunla aynı ΒΓ tabanında, |
| καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις. | hem aynı paralellerdedir. |
| ἀλλὰ τὸ ΑΒΓ τῷ ΔΒΓ ἐστιν ἴσον· | Ama ΑΒΓ, ΔΒΓ'ya eşittir. |
| καὶ τὸ ΔΒΓ ἄρα τῷ ΕΒΓ ἴσον ἐστὶ | Ve böylece ΔΒΓ, ΕΒΓ'ya eşittir, |
| τὸ μεῖζον τῷ ἐλάσσονι· | büyük küçüğe; |

[20] Heath'in notuna [5, I.337] bakınız.

| | |
|---|---|
| ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· | ki bu imkânsızdır. |
| οὐκ ἄρα παράλληλός ἐστιν | Böylece paralel değildir |
| ἡ ΑΕ τῇ ΒΓ. | ΑΕ, ΒΓ'ya. |
| ὁμοίως δὴ δείξομεν, | Benzer şekilde o halde göstereceğiz |
| ὅτι | ki |
| οὐδ' ἄλλη τις πλὴν τῆς ΑΔ· | ΑΔ dışındakiler de [paralel] değildir; |
| ἡ ΑΔ ἄρα τῇ ΒΓ ἐστι παράλληλος. | böylece ΑΔ, ΒΓ'ya paraleldir. |

| | |
|---|---|
| Τὰ ἄρα ἴσα τρίγωνα | Böylece eşit üçgenler |
| τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα | aynı tabanda olan |
| καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη | ve onun aynı tarafında, |
| καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν· | aynı paralellerdedirler de; |
| ὅπερ ἔδει δεῖξαι. | gösterilmesi gereken tam buydu. |



## 40. Önerme

(Bu önerme, Öklid'in orijinal metne bir ilâvedir. Heath'in [5, I.338] notuna bakınız.)

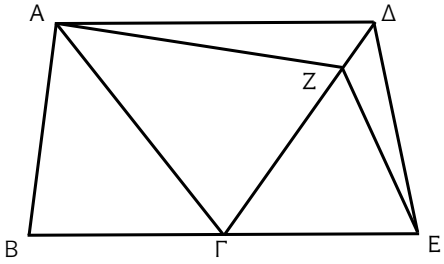
| | |
|---|---|
| Τὰ ἴσα τρίγωνα | Eşit üçgenler, |
| τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα | eşit tabanlarda |
| καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη | ve aynı tarafta olan, |
| καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν. | aynı paralelerdedirler de. |
| | |
| Ἔστω | Olsun |
| ἴσα τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΓΔΕ | eşit üçgenler ΑΒΓ ve ΓΔΕ, |
| ἐπὶ ἴσων βάσεων τῶν ΒΓ, ΓΕ | eşit ΒΓ ve ΓΕ tabanlarında, |
| καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη. | ve aynı tarafta olan. |
| | |
| λέγω, ὅτι | Diyorum ki |
| καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν. | aynı paralellerdedirler de. |
| | |
| Ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΑΔ· | Zira ΑΔ birleştirilmiş olsun. |
| | |
| λέγω, ὅτι | Diyorum ki |
| παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΔ τῇ ΒΕ. | paraleldir ΑΔ, ΒΕ doğrusuna. |
| | |
| Εἰ γὰρ μή, | Zira eğer değil ise, |
| ἤχθω | ilerletilmiş olsun |
| διὰ τοῦ Α | Α noktasından, |
| τῇ ΒΕ παράλληλος | ΒΕ'a paralel, |
| ἡ ΑΖ, | ΑΖ, |
| καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΕ. | ve ΖΕ birleştirilmiş olsun. |
| ἴσον ἄρα ἐστὶ | Böylece eşittir |
| τὸ ΑΒΓ τρίγωνον | ΑΒΓ üçgeni |
| τῷ ΖΓΕ τριγώνῳ· | ΖΓΕ üçgenine; |
| ἐπί τε γὰρ ἴσων βάσεών εἰσι τῶν ΒΓ, ΓΕ | zira hem eşit ΒΓ ve ΓΕ tabanlarında, |
| καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΕ, ΑΖ. | hem aynı ΒΕ ve ΑΖ paralellerindedir. |
| ἀλλὰ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον | Ama ΑΒΓ üçgeni, |
| ἴσον ἐστὶ τῷ ΔΓΕ [τρίγωνῳ]· | ΔΓΕ üçgenine eşittir; |

καὶ τὸ ΔΓΕ ἄρα [τρίγωνον]
ἴσον ἐστὶ τῷ ΖΓΕ τριγώνῳ
τὸ μεῖζον τῷ ἐλάσσονι·
ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον·
οὐκ ἄρα παράλληλος
ἡ ΑΖ τῇ ΒΕ.
ὁμοίως δὴ δείξομεν,
ὅτι
οὐδ᾽ ἄλλη τις πλὴν τῆς ΑΔ·
ἡ ΑΔ ἄρα τῇ ΒΕ ἐστι παράλληλος.

ve böylece ΔΓΕ üçgenini
ΖΓΕ üçgenine eşittir,
büyük küçüğe;
ki bu imkânsızdır.
Böylece paralel değildir
ΑΖ, ΒΕ'a.
Benzer şekilde o halde göstereceğiz
ki
ΑΔ dışındakiler de [paralel] değildir;
böylece ΑΔ, ΒΕ'a paraleldir.

Τὰ ἄρα ἴσα τρίγωνα
τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα
καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη
καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Böylece eşit üçgenler
eşit tabanlarda olan
ve aynı tarafta,
aynı paralelerdedir de;
gösterilmesi gereken tam buydu.

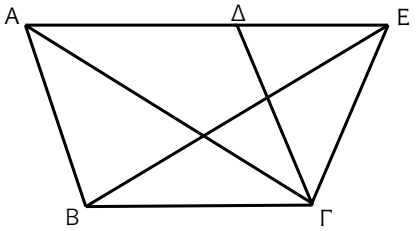


## 41. Önerme

| | |
|---|---|
| Ἐὰν παραλληλόγραμμον | Eğer bir paralelkenar |
| τριγώνῳ | bir üçgenle |
| βάσιν τε ἔχῃ τὴν αὐτὴν | hem aynı tabana sahipse, |
| καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ᾖ, | hem aynı paralelerdeyse, |
| διπλάσιόν ἐστί | iki katıdır |
| τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου. | paralelkenar, üçgenin. |
| | |
| Παραλληλόγραμμον γὰρ τὸ ΑΒΓΔ | Zira ΑΒΓΔ paralelkenarı, |
| τριγώνῳ τῷ ΕΒΓ | ΕΒΓ üçgeniyle |
| βάσιν τε ἐχέτω τὴν αὐτὴν τὴν ΒΓ | hem aynı ΒΓ tabanına sahip olsun, |
| καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἔστω ταῖς ΒΓ, ΑΕ· | hem aynı ΒΓ ve ΑΕ paralellerinde olsun. |
| | |
| λέγω, ὅτι | Diyorum ki |
| διπλάσιόν ἐστι | iki katıdır |
| τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον | ΑΒΓΔ paralelkenarı, |
| τοῦ ΒΕΓ τριγώνου. | ΒΕΓ üçgeninin. |
| | |
| Ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΑΓ. | Zira ΑΓ birleştirilmiş olsun. |
| | |
| ἴσον δή ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον | Eşittir ΑΒΓ üçgeni |
| τῷ ΕΒΓ τριγώνῳ· | ΕΒΓ üçgenine; |
| ἐπί τε γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεώς ἐστιν αὐτῷ τῆς ΒΓ | zira onunla hem aynı ΒΓ tabanına sahiptir, |
| καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΓ, ΑΕ. | hem aynı ΒΓ ve ΑΕ paralelerindedir. |
| ἀλλὰ τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον | Ama ΑΒΓΔ paralelkenarı, |
| διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου· | ΑΒΓ üçgeninin iki katıdır; |
| ἡ γὰρ ΑΓ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει· | zira ΑΓ köşegeni onu ikiye böler; |
| ὥστε τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον | öyleyse ΑΒΓΔ paralelkenarı, |
| καὶ τοῦ ΕΒΓ τριγώνου ἐστὶ διπλάσιον. | ΕΒΓ üçgeninin de iki katıdır. |
| | |
| Ἐὰν ἄρα παραλληλόγραμμον | Böylece, eğer bir paralelkenar |
| τριγώνῳ | bir üçgenle |
| βάσιν τε ἔχῃ τὴν αὐτὴν | hem aynı tabana sahipse, |

καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ᾖ,
διπλάσιόν ἐστί
τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

hem aynı paralelerdeyse,
iki katıdır
paralelkenar, üçgenin;
gösterilmesi gereken tam buydu.



## 42. Önerme

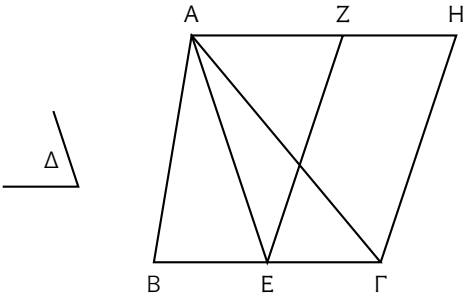
| | |
|---|---|
| Τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἴσον | Verilmiş bir üçgene eşit |
| παραλληλόγραμμον συστήσασθαι | bir paralelkenarı inşa etmek |
| ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ. | verilmiş bir düzkenar açıda. |
| | |
| Ἔστω | Olsun |
| τὸ μὲν δοθὲν τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, | verilmiş üçgen ΑΒΓ, |
| ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ Δ· | ve verilmiş düzkenar açı Δ. |
| | |
| δεῖ δὴ | O halde gereklidir |
| τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ ἴσον | ΑΒΓ üçgenine eşit |
| παραλληλόγραμμον συστήσασθαι | bir paralelkenar inşa etmek |
| ἐν τῇ Δ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ. | Δ düzkenar açısında. |
| | |
| Τετμήσθω ἡ ΒΓ δίχα κατὰ τὸ Ε, | ΒΓ, Ε'da ikiye bölmüş olsun, |
| καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΕ, | ve ΑΕ birleştirilmiş olsun, |
| καὶ συνεστάτω | ve inşa edilmiş olsun |
| πρὸς τῇ ΕΓ εὐθείᾳ | ΕΓ doğrusunda, |
| καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Ε | ve üzerindeki Ε noktasında, |
| τῇ Δ γωνίᾳ ἴση | Δ açısına eşit, |
| ἡ ὑπὸ ΓΕΖ, | ΓΕΖ, |
| καὶ διὰ μὲν τοῦ Α τῇ ΕΓ παράλληλος | ayrıca, Α'dan, ΕΓ'ya paralel, |
| ἤχθω ἡ ΑΗ, | ΑΗ ilerletilmiş olsun, |
| διὰ δὲ τοῦ Γ τῇ ΕΖ παράλληλος | ve Γ'dan, ΕΖ'ya paralel, |
| ἤχθω ἡ ΓΗ· | ΓΗ ilerletilmiş olsun; |
| παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΖΕΓΗ. | böylece ΖΕΓΗ bir paralelkenardır. |
| | |
| καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν | Ve eşit olduğundan |
| ἡ ΒΕ τῇ ΕΓ, | ΒΕ, ΕΓ'ya, |
| ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ΑΒΕ τρίγωνον | ΑΒΕ üçgeni de eşittir |
| τῷ ΑΕΓ τριγώνῳ· | ΑΕΓ üçgenine; |
| ἐπί τε γὰρ ἴσων βάσεών εἰσι τῶν ΒΕ, ΕΓ | zira hem eşit ΒΕ ve ΕΓ tabanlarında, |
| καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΓ, ΑΗ· | hem aynı ΒΓ ve ΑΗ paralelerindedir; |

διπλάσιον ἄρα ἐστὶ
τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τοῦ ΑΕΓ τριγώνου.
ἔστι δὲ καὶ τὸ ΖΕΓΗ παραλληλόγραμμον
διπλάσιον τοῦ ΑΕΓ τριγώνου·
βάσιν τε γὰρ αὐτῷ τὴν αὐτὴν ἔχει
καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς ἐστιν αὐτῷ παραλλήλοις·
ἴσον ἄρα ἐστὶ
τὸ ΖΕΓΗ παραλληλόγραμμον
τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ.
καὶ ἔχει τὴν ὑπὸ ΓΕΖ γωνίαν
ἴσην τῇ δοθείσῃ τῇ Δ.

iki katıdır böylece
ΑΒΓ üçgeni, ΑΕΓ üçgeninin,
ayrıca ΖΕΓΗ paralelkenarı
ΑΕΓ üçgeninin iki katıdır;
zira hem onunla aynı tabana sahiptir
hem onunla aynı paralellerdedir;
böylece eşittir
ΖΕΓΗ paralelkenarı
ΑΒΓ üçgenine.
Ve onun ΓΕΖ açısı
verilmiş Δ'ya eşittir.

Τῷ ἄρα δοθέντι τριγώνῳ τῷ ΑΒΓ ἴσον
παραλληλόγραμμον συνέσταται τὸ ΖΕΓΗ
ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΓΕΖ,
ἥτις ἐστὶν ἴση τῇ Δ·
ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Böylece, verilmiş ΑΒΓ üçgenine eşit
bir ΖΕΓΗ paralelkenar inşa edilmişti
ΓΕΖ aşısında,
Δ aşısına eşit olan;
yapılması gereken tam buydu.



## 43. Önerme

| | |
|---|---|
| Παντὸς παραλληλογράμμου | Herhangi bir paralelkenarın |
| τῶν περὶ τὴν διάμετρον | köşegeni etrafındaki |
| παραλληλογράμμων | paralelkenarların |
| τὰ παραπληρώματα | tümleyenleri, |
| ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν. | birbirine eşittir. |
| | |
| Ἔστω | Olsun |
| παραλληλόγραμμον τὸ ΑΒΓΔ, | paralelkenar ΑΒΓΔ, |
| διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΑΓ, | ve onun köşegeni ΑΓ, |
| περὶ δὲ τὴν ΑΓ | ve ΑΓ etrafında |
| παραλληλόγραμμα μὲν ἔστω | paralelkenarlar, |
| τὰ ΕΘ, ΖΗ, | ΕΘ ve ΖΗ olsun,[21] |
| τὰ δὲ λεγόμενα παραπληρώματα | ve sözde tümleyenleri, |
| τὰ ΒΚ, ΚΔ· | ΒΚ ile ΚΔ. |
| | |
| λέγω, ὅτι | Diyorum ki |
| ἴσον ἐστὶ τὸ ΒΚ παραπλήρωμα | ΒΚ tümleyeni eşittir |
| τῷ ΚΔ παραπληρώματι. | ΚΔ tümleyenine. |
| | |
| Ἐπεὶ γὰρ παραλληλόγραμμόν ἐστι | Zira bir paralelkenar olduğundan |
| τὸ ΑΒΓΔ, | ΑΒΓΔ, |
| διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΑΓ, | ve ΑΓ, onun köşegeni [olduğundan], |
| ἴσον ἐστὶ | eşittir |
| τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΓΔ τριγώνῳ. | ΑΒΓ üçgeni, ΑΓΔ üçgenine. |
| πάλιν, ἐπεὶ παραλληλόγραμμόν ἐστι | Yine, bir paralelkenar olduğundan |
| τὸ ΕΘ, | ΕΘ, |
| διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἐστιν ἡ ΑΚ, | ve ΑΚ, onun köşegeni [olduğundan], |
| ἴσον ἐστὶ | eşittir |
| τὸ ΑΕΚ τρίγωνον τῷ ΑΘΚ τριγώνῳ. | ΑΕΚ üçgeni, ΑΘΚ üçgenine. |
| διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ | O halde aynı sebeple |
| τὸ ΚΖΓ τρίγωνον τῷ ΚΗΓ ἐστιν ἴσον. | ΚΖΓ üçgeni de, ΚΗΓ'ya eşittir. |
| ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ΑΕΚ τρίγωνον | Dolayısıyla ΑΕΚ üçgeni, |

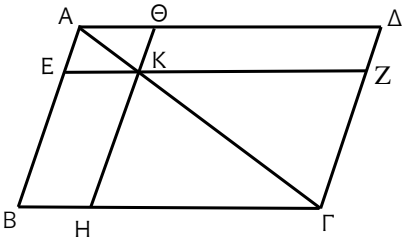
[21] Yunancada ΕΘ paralelkenarı, τὸ ΕΘ παραλλελόγραμμον veya kısaca τὸ ΕΘ iken, ΕΘ çizgisi, ἡ ΕΘ γραμμή veya ἡ ΕΘ olur. Fark, harfi tarifle gösterilir.

τῷ ΑΘΚ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον,
τὸ δὲ ΚΖΓ τῷ ΚΗΓ,
τὸ ΑΕΚ τρίγωνον μετὰ τοῦ ΚΗΓ
ἴσον ἐστὶ
τῷ ΑΘΚ τριγώνῳ μετὰ τοῦ ΚΖΓ·
ἔστι δὲ καὶ ὅλον τὸ ΑΒΓ τρίγωνον
ὅλῳ τῷ ΑΔΓ ἴσον·
λοιπὸν ἄρα τὸ ΒΚ παραπλήρωμα
λοιπῷ τῷ ΚΔ παραπληρώματί
ἐστιν ἴσον.

ΑΘΚ üçgenine eşit olduğundan,
ve ΚΖΓ, ΚΗΓ'ya,
ΑΕΚ üçgeni, ΚΗΓ ile,
eşittir
ΑΘΚ üçgenine, ΚΖΓ ile;
ve bütün ΑΒΓ üçgeni,
bütün ΑΔΓ'ya eşittir;
böylece kalan ΒΚ tümleyeni,
kalan ΚΔ tümleyenine
eşittir.

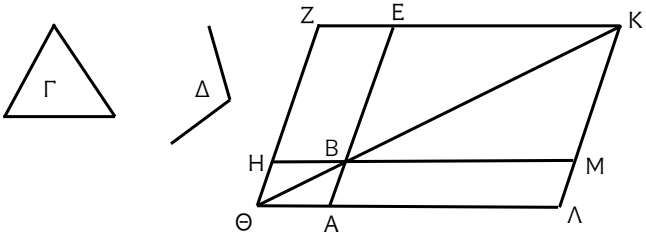
Παντὸς ἄρα παραλληλογράμμου χωρίου
τῶν περὶ τὴν διάμετρον
παραλληλογράμμων
τὰ παραπληρώματα
ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Böylece, herhangi bir paralelkenar alanın
köşegeni etrafındaki
paralelkenarların
tümleyenleri,
birbirine eşittir;
gösterilmesi gereken tam buydu.



## 44. Önerme

| | |
|---|---|
| Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν | Verilmiş bir doğru boyunca |
| τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἴσον | verilmiş bir üçgene eşit, |
| παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν | bir paralelkenar uygulamak |
| ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ. | verilmiş bir düz kenar açıda. |




| | |
|---|---|
| Ἔστω | Olsun |
| ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ AB, | verilmiş doğru AB, |
| τὸ δὲ δοθὲν τρίγωνον τὸ Γ, | ve verilmiş üçgen Γ, |
| ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ Δ· | ve verilmiş düzkenar açı Δ. |
| δεῖ δὴ | O halde gereklidir |
| παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τὴν AB | verilmiş AB doğrusu boyunca |
| τῷ δοθέντι τριγώνῳ τῷ Γ ἴσον | verilmiş Γ üçgenine eşit |
| παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν | bir paralelkenar |
| ἐν ἴσῃ τῇ Δ γωνίᾳ. | verilmiş Δ açısında uygulamak. |
| Συνεστάτω | İnşa edilmiş olsun |
| τῷ Γ τριγώνῳ ἴσον | Γ üçgenine eşit olan |
| παραλληλόγραμμον τὸ BEZH | BEZH paralelkenarı, |
| ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ EBH, | EBH açısında, |
| ἥ ἐστιν ἴση τῇ Δ· | Δ'ya eşit olan; |
| καὶ κείσθω | ve oturtulmuş olsun |
| ὥστε ἐπ' εὐθείας εἶναι τὴν BE τῇ AB, | öyle ki BE, AB ile bir doğruda olsun, |
| καὶ διήχθω ἡ ZH ἐπὶ τὸ Θ, | ve ZH, Θ'a ilerletilmiş olsun |
| καὶ διὰ τοῦ A | ve A'dan, |

ὁποτέρᾳ τῶν ΒΗ, ΕΖ παράλληλος
ἤχθω ἡ ΑΘ,
καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΘΒ.

BH ve EZ'dan birine paralel olan,
AΘ ilerletilmiş olsun,
ve ΘB birleştirilmiş olsun.

καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους τὰς ΑΘ, ΕΖ
εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ ΘΖ,
αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΘΖ, ΘΖΕ γωνίαι
δυσὶν ὀρθαῖς εἰσιν ἴσαι.
αἱ ἄρα ὑπὸ ΒΘΗ, ΗΖΕ
δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν·
αἱ δὲ ἀπὸ ἐλασσόνων ἢ δύο ὀρθῶν
εἰς ἄπειρον ἐκβαλλόμεναι
συμπίπτουσιν·
αἱ ΘΒ, ΖΕ ἄρα ἐκβαλλόμεναι
συμπεσοῦνται.

Ve AΘ ile EZ paralellerinin üzerine
ΘZ doğrusu düştüğünden,
AΘZ ve ΘZE açıları
iki dik açıya eşittir.
Böylece BΘH ve HZE
iki dik açıdan küçüktür.
Ve iki dik açıdan küçük olan,
sonsuza uzatılan,
çarpışır.
Böylece uzatılan ΘB ve ZE,
çarpışır.

ἐκβεβλήσθωσαν
καὶ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ Κ,
καὶ διὰ τοῦ Κ σημείου
ὁποτέρᾳ τῶν ΕΑ, ΖΘ παράλληλος
ἤχθω ἡ ΚΛ,
καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ ΘΑ, ΗΒ
ἐπὶ τὰ Λ, Μ σημεῖα.

Uzatılmış olsun
ve K noktasında çarpışmış olsun,
ve K noktasından,
EA veya ZΘ doğrusuna paralel olan,
KΛ ilerletilmiş olsun,
ve ΘA ve HB uzatılmış olsun
Λ ve M'ye.

παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΘΛΚΖ,
διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΘΚ,
περὶ δὲ τὴν ΘΚ
παραλληλόγραμμα μὲν τὰ ΑΗ, ΜΕ,
τὰ δὲ λεγόμενα παραπληρώματα
τὰ ΛΒ, ΒΖ·
ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΛΒ τῷ ΒΖ.
ἀλλὰ τὸ ΒΖ τῷ Γ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον·
καὶ τὸ ΛΒ ἄρα τῷ Γ ἐστιν ἴσον.
καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν
ἡ ὑπὸ ΗΒΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΒΜ,
ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΗΒΕ τῇ Δ ἐστιν ἴση,
καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΜ ἄρα τῇ Δ γωνίᾳ

Böylece ΘΛKZ bir paralelkenardır,
ve ΘK onun köşegenidir,
ve ΘK etrafındadır
AH ve ME paralelkenarları,
ve bunların sözde tümleyenleri,
ΛB ile BZ'dır;
Böylece ΛB, BZ'ya eşittir.
Ama BZ, Γ üçgenine eşittir.
Böylece ΛB da Γ'ya eşittir.
Ve eşit olduğundan
HBE açısı, ABM'ye,
ama HBE, Δ'ya eşit olduğundan,
böylece ABM de Δ açısına

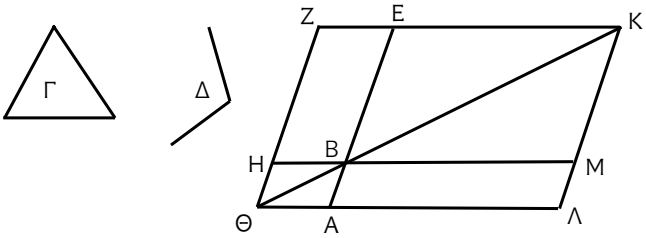
ἐστὶν ἴση.

eşittir.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν ἄρα εὐθεῖαν τὴν AB
τῷ δοθέντι τριγώνῳ τῷ Γ ἴσον
παραλληλόγραμμον παραβέβληται τὸ ΛB
ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ABM,
ἥ ἐστιν ἴση τῇ Δ·
ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Böylece, verilmiş AB doğrusu boyunca,
verilmiş bir Γ üçgenine eşit olan,
ΛB paralelkenarı uygulanmış oldu,

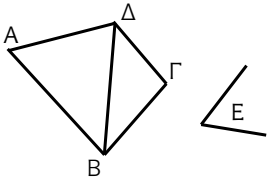
ABM açısında,
Δ'ya eşit olan;
yapılması gereken tam buydu.

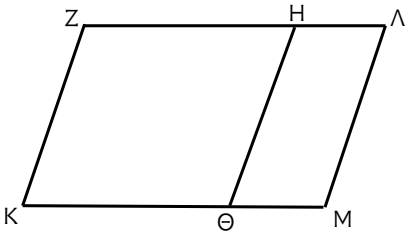


## 45. Önerme

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον
παραλληλόγραμμον συστήσασθαι
ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Verilmiş bir düzkenar [figüre] eşit
bir paralelkenar inşa etmek,
verilmiş düzkenar açıda.




Ἔστω
τὸ μὲν δοθὲν εὐθύγραμμον τὸ ΑΒΓΔ,
ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ Ε·

Olsun
verilmiş düzkenar [figür] ΑΒΓΔ,
ve verilmiş düzkenar açı Ε.

δεῖ δὴ
τῷ ΑΒΓΔ εὐθυγράμμῳ ἴσον
παραλληλόγραμμον συστήσασθαι
ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ τῇ Ε.

O halde gereklidir
ΑΒΓΔ düzkenarına eşit
bir paralelkenar inşa etmek,
verilmiş Ε açısında.

Ἐπεζεύχθω ἡ ΔΒ,
καὶ συνεστάτω
τῷ ΑΒΔ τριγώνῳ ἴσον
παραλληλόγραμμον τὸ ΖΘ
ἐν τῇ ὑπὸ ΘΚΖ γωνίᾳ,
ἥ ἐστιν ἴση τῇ Ε·
καὶ παραβεβλήσθω
παρὰ τὴν ΗΘ εὐθεῖαν
τῷ ΔΒΓ τριγώνῳ ἴσον
παραλληλόγραμμον τὸ ΗΜ
ἐν τῇ ὑπὸ ΗΘΜ γωνίᾳ,
ἥ ἐστιν ἴση τῇ Ε.

ΔΒ birleştirilmiş olsun,
ve inşa edilmiş olsun,
ΑΒΔ üçgenine eşit,
bir ΖΘ paralelkenarı,
ΘΚΖ açısında,
Ε'a eşit olan;
ve uygulanmış olsun
ΗΘ doğrusu boyunca,
ΔΒΓ üçgenine eşit,
bir ΗΜ paralelkenarı,
ΗΘΜ açısında,
Ε'a eşit olan.

καὶ ἐπεὶ ἡ Ε γωνία
ἑκατέρᾳ τῶν ὑπὸ ΘΚΖ, ΗΘΜ
ἐστιν ἴση,
καὶ ἡ ὑπὸ ΘΚΖ ἄρα
τῇ ὑπὸ ΗΘΜ ἐστιν ἴση.
κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΚΘΗ·
αἱ ἄρα ὑπὸ ΖΚΘ, ΚΘΗ
ταῖς ὑπὸ ΚΘΗ, ΗΘΜ ἴσαι εἰσίν.
ἀλλ᾽ αἱ ὑπὸ ΖΚΘ, ΚΘΗ
δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν·
καὶ αἱ ὑπὸ ΚΘΗ, ΗΘΜ ἄρα
δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.
πρὸς δή τινι εὐθείᾳ τῇ ΗΘ
καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Θ
δύο εὐθεῖαι αἱ ΚΘ, ΘΜ
μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι
τὰς ἐφεξῆς γωνίας
δύο ὀρθαῖς ἴσας ποιοῦσιν·
ἐπ᾽ εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ ΚΘ τῇ ΘΜ·
καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους τὰς ΚΜ, ΖΗ
εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ ΘΗ,
αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΜΘΗ, ΘΗΖ
ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.
κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΘΗΛ·
αἱ ἄρα ὑπὸ ΜΘΗ, ΘΗΛ
ταῖς ὑπὸ ΘΗΖ, ΘΗΛ ἴσαι εἰσιν.
ἀλλ᾽ αἱ ὑπὸ ΜΘΗ, ΘΗΛ
δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν·
καὶ αἱ ὑπὸ ΘΗΖ, ΘΗΛ ἄρα
δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν·
ἐπ᾽ εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ ΖΗ τῇ ΗΛ.
καὶ ἐπεὶ ἡ ΖΚ τῇ ΘΗ
ἴση τε καὶ παράλληλός ἐστιν,
ἀλλὰ καὶ ἡ ΘΗ τῇ ΜΛ,
καὶ ἡ ΚΖ ἄρα τῇ ΜΛ
ἴση τε καὶ παράλληλός ἐστιν·
καὶ ἐπιζευγνύουσιν αὐτὰς εὐθεῖαι αἱ
ΚΜ, ΖΛ·

Ve Ε açısı
ΘΚΖ ve ΗΘΜ'nün her birine
eşit olduğundan,
böylece ΘΚΖ da,
ΗΘΜ'ye eşittir.
Ortak olarak ΚΘΗ eklenmiş olsun;
böylece ΖΚΘ ve ΚΘΗ,
ΚΘΗ ve ΗΘΜ'ye eşittir.
Ama ΖΚΘ ve ΚΘΗ
iki dik açıya eşittir;
böylece ΚΘΗ ve ΗΘΜ de,
iki dik açıya eşittir.
O halde bir ΗΘ doğrusuna,
ve aynı Θ noktasında,
iki ΚΘ ve ΘΜ doğruları,
aynı tarafta oturmayan,
bitişik açıları
iki dik açıya eşit yapar.
Böylece ΚΘ, ΘΜ ile bir doğrudadır;
ve ΚΜ ve ΖΗ paralelleri üzerine
ΘΗ doğrusu düştüğünden,
ters ΜΘΗ ve ΘΗΖ açıları
birbirine eşittir.
Ortak olarak ΘΗΛ eklenmiş olsun;
böylece ΜΘΗ ve ΘΗΛ,
ΘΗΖ ve ΘΗΛ'ya eşittir.
Ama ΜΘΗ ve ΘΗΛ
iki dik açıya eşittir;
böylece ΘΗΖ ve ΘΗΛ da
iki dik açıya eşittir;
böylece ΖΗ, ΗΛ ile bir doğrudadır.
Ve ΖΚ, ΘΗ'ya
hem eşit hem paralel olduğundan,
ama ΘΗ da, ΜΛ'ya,
böylece ΚΖ da ΜΛ'ya
hem eşit hem paraleldir;
ve ΚΜ ile ΖΛ doğruları, onları bir-
leştirir;

καὶ αἱ ΚΜ, ΖΛ ἄρα
ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν·
παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΚΖΛΜ.

böylece ΚΜ ve ΖΛ da
hem eşit hem paraleldirler;
böylece ΚΖΛΜ bir paralelkenardır.

καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ
τὸ μὲν ΑΒΔ τρίγωνον
τῷ ΖΘ παραλληλογράμμῳ,
τὸ δὲ ΔΒΓ τῷ ΗΜ,
ὅλον ἄρα τὸ ΑΒΓΔ εὐθύγραμμον

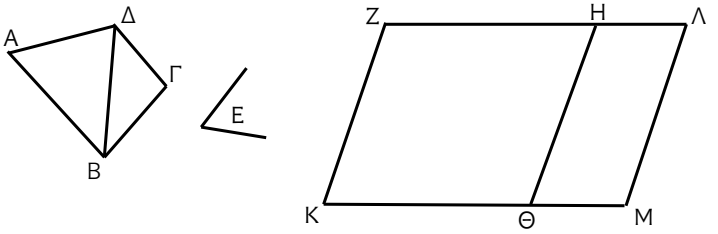
ὅλῳ τῷ ΚΖΛΜ παραλληλογράμμῳ
ἐστὶν ἴσον.

Ve eşit olduğundan
ΑΒΔ üçgeni
ΖΘ paralelkenarına,
ve ΔΒΓ, ΗΜ'ye,
böylece, bütün ΑΒΓΔ düzkenar [figürü],

bütün ΚΖΛΜ paralelkenarına
eşittir.

Τῷ ἄρα δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ ΑΒΓΔ ἴσον
παραλληλόγραμμον συνέσταται τὸ ΚΖΛΜ
ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΖΚΜ,
ἥ ἐστιν ἴση τῇ δοθείσῃ τῇ Ε·
ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

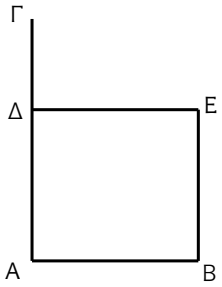
Böylece, verilmiş düzkenar ΑΒΓΔ figürüne eşit,
bir ΚΖΛΜ paralelkenarı inşa edilmiş oldu,
ΖΚΜ açısında,
eşit olan verilmiş Ε açısına;
yapılması gereken tam buydu.



## 46. Önerme

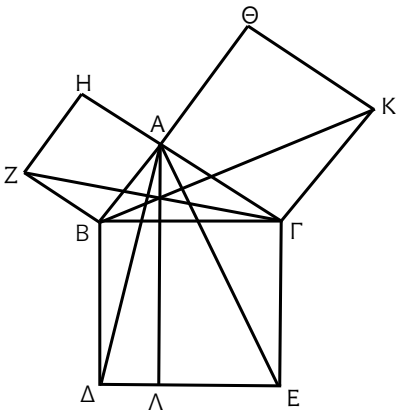
| | |
|---|---|
| Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας | Verilmiş bir doğruda |
| τετράγωνον ἀναγράψαι. | bir kare çizmak. |
| | |
| Ἔστω | Olsun |
| ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ· | verilmiş doğru ΑΒ. |
| | |
| δεῖ δὴ | O halde gereklidir |
| ἀπὸ τῆς ΑΒ εὐθείας | ΑΒ doğrusunda |
| τετράγωνον ἀναγράψαι. | bir kare çizmek. |
| | |
| Ἤχθω | İlerletilmiş olsun |
| τῇ ΑΒ εὐθείᾳ | ΑΒ doğrusunda, |
| ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ σημείου τοῦ Α | onundaki Α noktasında, |
| πρὸς ὀρθὰς | dik açıda, |
| ἡ ΑΓ, | ΑΓ, |
| καὶ κείσθω | ve oturmuş olsun, |
| τῇ ΑΒ ἴση | ΑΒ'ya eşit, |
| ἡ ΑΔ· | ΑΔ; |
| καὶ διὰ μὲν τοῦ Δ σημείου | ve Δ noktasından, |
| τῇ ΑΒ παράλληλος | ΑΒ'ya paralel, |
| ἤχθω ἡ ΔΕ, | ΔΕ ilerletilmiş olsun; |
| διὰ δὲ τοῦ Β σημείου | ve Β noktasından, |
| τῇ ΑΔ παράλληλος | ΑΔ'ya paralel, |
| ἤχθω ἡ ΒΕ. | ΒΕ ilerletilmiş olsun. |
| | |
| παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΔΕΒ· | Böylece ΑΔΕΒ bir paralelkenardır; |
| ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ, | böylece ΑΒ, ΔΕ'a eşittir, |
| ἡ δὲ ΑΔ τῇ ΒΕ. | ve ΑΔ, ΒΕ'a. |
| ἀλλὰ ἡ ΑΒ τῇ ΑΔ ἐστιν ἴση· | Ama ΑΒ, ΑΔ'ya eşittir. |
| αἱ τέσσαρες ἄρα | Böylece dört |
| αἱ ΒΑ, ΑΔ, ΔΕ, ΕΒ | ΒΑ, ΑΔ, ΔΕ, ve ΕΒ, |
| ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· | birbirine eşittir; |
| ἰσόπλευρον ἄρα | böylece eşkenardır |
| ἐστὶ τὸ ΑΔΕΒ παραλληλόγραμμον. | ΑΔΕΒ paralelkenarı. |

| | |
|---|---|
| λέγω δή, ὅτι | O halde diyorum ki |
| καὶ ὀρθογώνιον. | dik açılıdır da. |
| | |
| ἐπεὶ γὰρ εἰς παραλλήλους τὰς ΑΒ, ΔΕ | Zira ΑΒ ve ΔΕ paralellerinin üzerine |
| εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ ΑΔ, | ΑΔ doğrusu düştüğünden, |
| αἱ ἄρα ὑπὸ ΒΑΔ, ΑΔΕ γωνίαι | böylece ΒΑΔ ve ΑΔΕ, |
| δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. | iki dik açıya eşittir. |
| ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΒΑΔ· | Ve ΒΑΔ diktir; |
| ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΑΔΕ. | böylece ΑΔΕ de diktir. |
| τῶν δὲ παραλληλογράμμων χωρίων | Ve paralelkenar alanların |
| αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι | hem karşıt kenar hem açıları |
| ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· | birbirine eşittir. |
| ὀρθὴ ἄρα καὶ ἑκατέρα | Böylece diktir her biri |
| τῶν ἀπεναντίον τῶν ὑπὸ ΑΒΕ, ΒΕΔ γωνιῶν· | karşıt ΑΒΕ ve ΒΕΔ açılarından; |
| ὀρθογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΔΕΒ. | böylece ΑΔΕΒ dik açılıdır. |
| ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον. | Ve gösterilmişti ki eşkenardır da. |
| | |
| Τετράγωνον ἄρα ἐστίν· | Böylece bir karedir; |
| καί ἐστιν ἀπὸ τῆς ΑΒ εὐθείας | ve o ΑΒ doğrusu üzerine |
| ἀναγεγραμμένον· | çizilmiştir; |
| ὅπερ ἔδει ποιῆσαι. | yapılması gereken tam buydu. |



## 47. Önerme

| | |
|---|---|
| Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις | Dik açılı üçgenlerde, |
| τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν | dik açıyı |
| ὑποτεινούσης | rapteden |
| πλευρᾶς τετράγωνον | kenarın üzerindeki kare |
| ἴσον ἐστὶ | eşittir |
| τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν | dik açıyı |
| περιεχουσῶν | içeren |
| πλευρῶν τετραγώνοις. | kenarların üzerindeki karelere. |




| | |
|---|---|
| Ἔστω | Olsun |
| τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ ΑΒΓ | dik açılı üçgen ΑΒΓ, |
| ὀρθὴν ἔχον τὴν ὑπὸ ΒΑΓ γωνίαν· | dik açısı ΒΑΓ olan. |
| | |
| λέγω, ὅτι | Diyorum ki |
| τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον | ΓΒ üzerindeki kare |
| ἴσον ἐστὶ | eşittir |
| τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ τετραγώνοις. | ΒΑ ve ΑΓ üzerlerindeki karelere. |
| | |
| Ἀναγεγράφθω γὰρ | Zira çizilmiş olsun |
| ἀπὸ μὲν τῆς ΒΓ | ΒΓ üzerinde |

| | |
|---|---|
| τετράγωνον τὸ ΒΔΕΓ, | ΒΔΕΓ karesi, |
| ἀπὸ δὲ τῶν ΒΑ, ΑΓ | ve ΒΑ ile ΑΓ üzerlerinde, |
| τὰ ΗΒ, ΘΓ, | ΗΒ ve ΘΓ, |
| καὶ διὰ τοῦ Α | ve Α noktasından, |
| ὁποτέρᾳ τῶν ΒΔ, ΓΕ παράλληλος | ΒΔ ve ΓΕ'a paralel olan, |
| ἤχθω ἡ ΑΛ·[22] | ΑΛ ilerletilmiş olsun; |
| καὶ ἐπεζεύχθωσαν | ve birleştirilmiş olsun |
| αἱ ΑΔ, ΖΓ. | ΑΔ ve ΖΓ. |
| | |
| καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν | Ve dik olduğundan |
| ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΒΑΓ, ΒΑΗ γωνιῶν, | ΒΑΓ ve ΒΑΗ açılarının her biri, |
| πρὸς δή τινι εὐθείᾳ τῇ ΒΑ | bir ΒΑ doğrusunda, |
| καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Α | ve üzerindeki Α noktasında, |
| δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΓ, ΑΗ | ΑΓ ve ΑΗ doğruları, |
| μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι | aynı tarafta oturmayan, |
| τὰς ἐφεξῆς γωνίας | bitişik açılar |
| δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιοῦσιν· | iki dik açıya eşit yapar; |
| ἐπ᾽ εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΑ τῇ ΑΗ. | böylece ΓΑ, ΑΗ ile bir doğrudadır. |
| διὰ τὰ αὐτὰ δὴ | O halde aynı sebeple |
| καὶ ἡ ΒΑ τῇ ΑΘ ἐστιν ἐπ᾽ εὐθείας. | ΒΑ da ΑΘ ile bir doğrudadır. |
| καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν | Ve eşit olduğundan |
| ἡ ὑπὸ ΔΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΖΒΑ· | ΔΒΓ açısı, ΖΒΑ'ya, |
| ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα· | zira her ikiside diktir; |
| κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΑΒΓ· | ortak olarak ΑΒΓ eklenmiş olsun; |
| ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΒΑ | böylece bütün ΔΒΑ, |
| ὅλῃ τῇ ὑπὸ ΖΒΓ ἐστιν ἴση. | bütün ΖΒΓ'ya eşittir. |
| καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν | Ve eşit olduğundan |
| ἡ μὲν ΔΒ τῇ ΒΓ, | ΔΒ, ΒΓ'ya, |
| ἡ δὲ ΖΒ τῇ ΒΑ, | ve ΖΒ, ΒΑ'ya, |
| δύο δὴ αἱ ΔΒ, ΒΑ | o halde ΔΒ ve ΒΑ ikilisi |
| δύο ταῖς ΖΒ, ΒΓ ἴσαι εἰσὶν | ΖΒ ve ΒΓ ikilisine eşittir, |
| ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· | her biri birine; |
| καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΔΒΑ | ve ΔΒΑ açısı |
| γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΖΒΓ ἴση· | ΖΒΓ açısına eşittir; |
| βάσις ἄρα ἡ ΑΔ | böylece ΑΛ tabanı |
| βάσει τῇ ΖΓ [ἐστιν] ἴση, | ΖΓ tabanına eşittir, |

[22] Heiberg'in metninde [4, p. 110] Λ harfinin yerine Δ harfi konulmuştur.

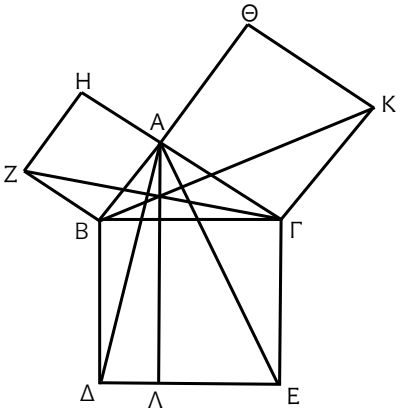
καὶ τὸ ΑΒΔ τρίγωνον
τῷ ΖΒΓ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον·
καί [ἐστι] τοῦ μὲν ΑΒΔ τριγώνου
διπλάσιον τὸ ΒΛ παραλληλόγραμμον·
βάσιν τε γὰρ τὴν αὐτὴν ἔχουσι τὴν ΒΔ
καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς εἰσι παραλλήλοις ταῖς ΒΔ, ΑΛ·
τοῦ δὲ ΖΒΓ τριγώνου
διπλάσιον τὸ ΗΒ τετράγωνον·
βάσιν τε γὰρ πάλιν τὴν αὐτὴν ἔχουσι τὴν ΖΒ
καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς εἰσι παραλλήλοις ταῖς ΖΒ, ΗΓ.
[τὰ δὲ τῶν ἴσων
διπλάσια ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν·]
ἴσον ἄρα ἐστὶ
καὶ τὸ ΒΛ παραλληλόγραμμον
τῷ ΗΒ τετραγώνῳ.
ὁμοίως δὴ
ἐπιζευγνυμένων τῶν ΑΕ, ΒΚ
δειχθήσεται
καὶ τὸ ΓΛ παραλληλόγραμμον
ἴσον τῷ ΘΓ τετραγώνῳ·
ὅλον ἄρα τὸ ΒΔΕΓ τετράγωνον
δυσὶ τοῖς ΗΒ, ΘΓ τετραγώνοις
ἴσον ἐστίν.
καί ἐστι τὸ μὲν ΒΔΕΓ τετράγωνον
ἀπὸ τῆς ΒΓ ἀναγραφέν,
τὰ δὲ ΗΒ, ΘΓ ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ.
τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΒΓ πλευρᾶς τετράγωνον
ἴσον ἐστὶ
τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ πλευρῶν τετραγώνοις.

Ἐν ἄρα τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις
τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν

ve ΑΒΔ üçgeni
ΖΒΓ üçgenine eşittir;
ve ΑΒΔ üçgeninin
ΒΛ paralelkenarının iki katıdır;
zira hem aynı ΒΛ tabanına sahiptir,
hem aynı ΒΔ ve ΑΛ parallerindedir;
ve ΖΒΓ üçgeninin
ΗΒ karesinin iki katıdır;
zira yine hem aynı ΖΒ tabanına sahiptir
hem aynı ΖΒ ve ΗΓ parallerindedir.
[Ve eşitlerin
iki katları birbirine eşittir.]
Böylece eşittir
ΒΛ paralelkenarı da
ΗΒ karesine.
O halde benzer şekilde,
ΑΕ ve ΒΚ birleştirilince,
gösterilecek ki
ΓΛ paralelkenarı da
ΘΓ karesine eşittir.
Böylece bütün ΔΒΕΓ
iki ΗΒ ve ΘΓ karelerine
eşittir.
Ve ΒΔΕΓ karesi,
ΒΓ üzerine çizilmiştir,
ve ΗΒ ve ΘΓ, ΒΑ ve ΑΓ üzerine.
Böylece ΒΓ kenarındaki kare
eşittir
ΒΑ ve ΑΓ kenarlarındaki karelere.

Böylece dik açılı üçgenlerde,
dik açı

| | |
|---|---|
| ὑποτεινούσης | rasteden |
| πλευρᾶς τετράγωνον | kenar üzerindeki kare |
| ἴσον ἐστὶ | eşittir |
| τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν [γωνίαν] | dik açıyı |
| περιεχουσῶν | içeren |
| πλευρῶν τετραγώνοις· | kenarların üzerindekilere; |
| ὅπερ ἔδει δεῖξαι. | gösterilmesi gereken tam buydu. |

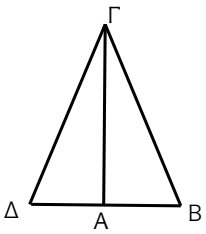


## 48. Önerme

| | |
|---|---|
| Ἐὰν τριγώνου | Eğer bir üçgenin |
| τὸ ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν τετράγωνον | bir kenarının üzerindeki kare |
| ἴσον ᾖ | eşitse |
| τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου | üçgenin kalan |
| δύο πλευρῶν τετραγώνοις, | iki kenarındaki karelere, |
| ἡ περιεχομένη γωνία | içerilen açı |
| ὑπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου | üçgenin kalan |
| δύο πλευρῶν | iki kenarı tarafından, |
| ὀρθή ἐστιν. | diktir. |
| | |
| Τριγώνου γὰρ τοῦ ΑΒΓ | Zira ΑΒΓ üçgeninin |
| τὸ ἀπὸ μιᾶς τῆς ΒΓ πλευρᾶς | ΒΓ kenarındaki |
| τετράγωνον ἴσον ἔστω | karesi eşit olsun |
| τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ πλευρῶν | ΒΑ ve ΑΓ kenarlarındaki |
| τετραγώνοις· | karelere. |
| | |
| λέγω, ὅτι | Diyorum ki |
| ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία. | ΒΑΓ açısı diktir. |
| | |
| Ἤχθω γὰρ | Zira ilerletilmiş olsun |
| ἀπὸ τοῦ Α σημείου | Α noktasından |
| τῇ ΑΓ εὐθείᾳ | ΑΓ doğrusuna |
| πρὸς ὀρθὰς ἡ ΑΔ | dik açılarda ΑΔ, |
| καὶ κείσθω | ve oturmuş olsun |
| τῇ ΒΑ ἴση ἡ ΑΔ, | ΒΑ'ya eşit ΑΔ, |
| καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΓ. | ve ΔΓ birleştirilmiş olsun. |
| | |
| ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΔΑ τῇ ΑΒ, | ΔΑ, ΑΒ'ya eşit olduğundan, |
| ἴσον ἐστὶ | eşittir |
| καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΔΑ τετράγωνον | ΔΑ üzerindeki kare de |
| τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετραγώνῳ. | ΑΒ üzerindeki kareye. |
| κοινὸν προσκείσθω | Eklenmiş olsun ortak |
| τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετράγωνον· | ΑΓ üzerindeki kare; |
| τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΔΑ, ΑΓ | böylece ΔΑ ve ΑΓ üzerlerindeki |
| τετράγωνα ἴσα ἐστὶ | kareler eşittir |

| | |
|---|---|
| τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ τετραγώνοις. | ΒΑ ve ΑΓ üzerlerindeki karelere. |
| ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν ΔΑ, ΑΓ | Ama ΔΑ ve ΑΓ üzerlerindekilere |
| ἴσον ἐστὶ | eşittir |
| τὸ ἀπὸ τῆς ΔΓ· | ΔΓ üzerindekine; |
| ὀρθὴ γάρ ἐστιν ἡ ὑπὸ ΔΑΓ γωνία· | zira ΔΑΓ açısı diktir; |
| τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ | ve ΒΑ ile ΑΓ üzerlerindekilere de |
| ἴσον ἐστὶ | eşittir |
| τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ· | ΒΓ üzerindeki; |
| ὑπόκειται γάρ· | zira kabul edilir; |
| τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΔΓ τετράγωνον | böylece ΔΓ üzerindeki kare |
| ἴσον ἐστὶ | eşittir |
| τῷ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετραγώνῳ· | ΒΓ üzerindeki kareye; |
| ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ ΔΓ | öyleyse ΔΓ kenarı da |
| τῇ ΒΓ ἐστιν ἴση· | ΒΓ kenarına eşittir; |
| καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΔΑ τῇ ΑΒ, | ve ΔΑ, ΑΒ'ya eşit olduğundan, |
| κοινὴ δὲ ἡ ΑΓ, | ve ΑΓ ortak [olduğundan], |
| δύο δὴ αἱ ΔΑ, ΑΓ | ΔΑ ve ΑΓ ikilisi |
| δύο ταῖς ΒΑ, ΑΓ ἴσαι εἰσίν· | ΒΑ ve ΑΓ ikilisine eşittir; |
| καὶ βάσις ἡ ΔΓ | ve ΔΑ tabanı |
| βάσει τῇ ΒΓ ἴση· | ΒΓ tabanına eşittir; |
| γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΑΓ | böylece ΔΑΓ açısı |
| γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΑΓ [ἐστιν] ἴση. | ΒΑΓ açısına eşittir. |
| ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΔΑΓ· | Ve ΔΑΓ diktir; |
| ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ. | böylece diktir ΒΑΓ. |

| | |
|---|---|
| Ἐὰν ἀρὰ τριγώνου | Eğer böylece bir üçgende |
| τὸ ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν τετράγωνον | bir kenarın üzerindeki kare |
| ἴσον ᾖ | eşitse |
| τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου | üçgenin kalan |
| δύο πλευρῶν τετραγώνοις, | iki kenarlarındaki karelere, |
| ἡ περιεχομένη γωνία | içerilen açı |
| ὑπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου | üçgenin kalan |
| δύο πλευρῶν | iki kenarları tarafından, |
| ὀρθή ἐστιν· | diktir; |
| ὅπερ ἔδει δεῖξαι. | gösterilmesi gereken tam buydu. |



# Fiiller Sözlüğü

**ἄγω** ilerle=

**διάγω** ilerlet=

**άιρέω ἀφαιρέω** ayır=

**ἀιτέω** rica et=

**ἀλλάττω**

**παραλλάττω** sap=

**ἅπτω** *med.* dokun=

**ἁρμόζω**

**ἐφαρμόζω** uygula=

**βάλλω**

**ἐκβάλλω** uzat=

**παραβάλλω** uygula=

**προσεκβάλλω** uzat=

**γράφω** çiz=

**ἀναγράφω** çiz=

**ἔχω** -i ol=

**περιέχω** içer=

**ζεύγνυμι** birleştir=

**ἵστημι** dik=

**δι-ίστημι** (διάστημα uzunluk)

**ἐφίστημι** -in üzerine dik=

**συνίστημι** inşa et=

**καλέω** *med.* -e den=

**κεῖμαι** otur=

**ἐκκεῖμαι** oturtul=

**προσκεῖμαι** eklen=

**ὑποκεῖμαι** kabul edil=

**λαμβάνω** al=

**ἀπολαμβάνω** ayır=

**λέγω** (λεγόμενος sözde)

**περαίνω** sınırla=

**περατόω** sınırlandır=

**πίπτω**

**ἐμπίπτω** üzerine düş=

**προσπίπτω** (*acc.* ile) üzerine düş=

**συμπίπτω** çarpış=

**ποιέω** yap=

**τείνω**

**ὑποτείνω** raptet=

**τέμνω** kes=

**δίχα τέμνω** ikiye böl=

**τίθημι** yerleştir=

# Edatlar Sözlüğü

**ἀλλά** ama

**ἄρα** böylece

**διά** çünkü

**διὰ ταὐτά, διὰ τὰ αὐτά** aynı sebeple

**γάρ** zira

**[*genitivus absolutus*]** -ince

**δή** o halde

**ἐπεί** -diğinden

**καί** de, ve

**μέν. . . δέ** —

**μήν** tabii ki

**οὖν** dolayısıyla

**πάλιν** yine

**τε. . . καί** hem. . . hem

**τοίνυν** elbette

**ὥστε** öyleyse, öyle ki

# Alıştırmalar

## Giriş

Bu alıştırmalar, sadece Öklid'in *Öğeler*'inin birinci kitabını kullanarak çözülebilir. Ayrıca, eğer bir alıştırma "$N$. önermeden sonra" adlı bölümdeyse, sadece Öklid'in ilk $N$ önermesini kullanarak çözünmelidir. Fakat Alıştırma $M$ için, daha önce gelen alıştırmalar kullanılabilir.

## Konular

Her alıştırma aşağıdaki en az bir satırda bulunur.

- Üçgen inşası: 1, 2, 3.
- Uygulama yöntemini kullanmadan KKK Teoremini kanıtlamak: 10, 11, 13, 14.
- Steiner–Lehmus Teoremi: 22, 26.
- Pisagor Teoremini genelleştirmek: 31, 37.
- Tümleyen Paralelkenar Teoreminin tersinin direkt kanıtı: 17, 30, 38, 42, 43, 45.
- Üç doğrunun bir noktada kesişmesi:
  - Üçgenin kenarlarının orta dikmeleri: 15.
  - Üçgenin açıortayları: 19, 23.
  - Üçgenin yükseklikleri: 15, 27.
  - Üçgenin kenarortayları: 33, 34, 39, 40, 41.
  - Pisagor Teoreminin figüründe: 25, 32, 44, 48, 49.
- Çarpma: 31, 44, 46, 47, 50.

- Mohr–Mascheroni Teoremi: cetvel kullanmadan
  - çemberin ve doğrunun kesişim noktalarını bulmak: 9, 16, 20, 21;
  - doğruyu ikiye bölmek: 16, 28, 35;
  - iki doğrunun kesişim noktasını bulmak: 9, 16, 24, 28, 36, 51, 52, 53, 54, 55.
- Çeşitli: 4, 5, 6, 7, 8, 12, 18, 29.

## 1. önermeden sonra

Bu bölümün alıştırmaları, Öklid'in 1. önermesi gibi, hiç önerme kullanmadan çözülecektir. Alıştırma 1 ve Alıştırma 3, Proklos'un *Öklid'in* Öğeler*'inin Birinci Kitabı Hakkında Bir Yorum* adlı kitabında bulunur [12, 218–9].

**Alıştırma 1.** Verilmiş sınırlanmış doğruda, kenarları birbirine eşit olan ama tabana eşit olmayan bir üçgen inşa edin.

**Alıştırma 2.** Verilmiş sınırlanmış doğruda, kenarlarının sadece biri tabana eşit olan bir üçgen inşa edin.

**Alıştırma 3.** Verilmiş sınırlanmış doğruda çeşitkenar bir üçgen inşa edin.

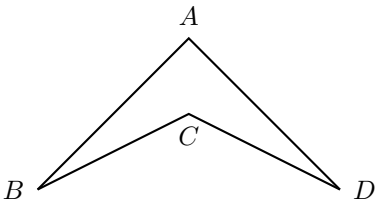
## 5. önermeden sonra

Proklos'a göre
- Miletli Tales, ikizkenar bir üçgenin tabanındaki açıların birbirine eşit olduğunu keşfetti;
- İskenderiyeli Pappos, bu teorem için Öklid'in ispatından kısa bir ispatı verdi [12, 249–50].

Sonraki alıştırmada Pappos'un ispatı bulunur.

**Alıştırma 4.** Sadece Öklid'in 4. önermesini kullanarak ikizkenar bir üçgenın tabanındaki açıların birbirine eşit olduğunu ispatlayın.

**Alıştırma 5.** Bir dörtgende iki bitişik kenar birbirine eşittir ve iki kalan bitişik kenar da birbirine eşittir. Eşit olmayan kenarlar tarafından yapılmış açıların eşit olduğunu ispatlayın.




Şekil 1: Alıştırma 5

## 6. önermeden sonra

Öklid'in 5. önermesinin iki parçası vardır:

1. Bir üçgen ikizkenar ise tabanındaki açılar birbirine eşittir.
2. Bir üçgen ikizkenar ise tabanının altındaki açılar birbirine eşittir.

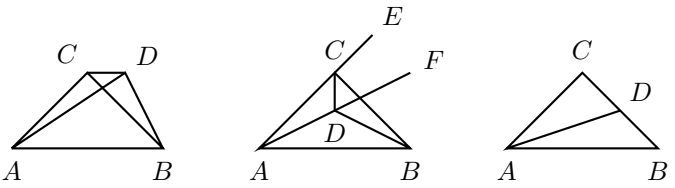
6. önerme, birinci parçanın karşıt tersidir. Aşağıdaki 7. alıştırma, ikinci parçanın karşıt tersidir.

**Alıştırma 6.** Üç açısı birbirine eşit olan bir üçgenin eşkenar olacağını ispatlayın.

**Alıştırma 7.** Eğer bir üçgenin tabanının altındaki dış açılar birbirine eşitse, üçgen ikizkenardır.

## 7. önermeden sonra

**Alıştırma 8.** Yedinci önermesinde, Öklid sadece bir durumun olanaksızlığını ispatlar. Öteki durumların olanaksızlığını ispatlayın.




Şekil 2: Alıştırma 8

## 8. önermeden sonra

Öklid'in ilk iki postulatına göre, **cetvel** kullanarak,

1) verilmiş iki noktayı bir doğru ile birleştirebiliriz, ve
2) verilmiş bir doğruyu uzatabiliriz.

Üçüncü postulatına göre, **pergel** kullanarak,

3) merkezi verilen bir nokta olan ve verilmiş bir noktadan geçen bir çember çizebiliriz.

Bir nokta,

- ya iki çemberin,
- ya iki doğrunun,
- ya da bir çember ve bir doğrunun

kesişim noktası olarak verilebilir. **Mohr–Mascheroni Teoremine** göre, cetvel ve pergel ile bulabildiğimiz her nokta, sadece pergel ile bulunabilir [8]. Bu teoremi bir alıştırmalar dizisiyle kanıtlayacağız. (Sayfa 141'e bakın.) Bu dizi sonraki alıştırma ile başlar.

Öklid'in 1. önermesinde inşa edilen eşkenar üçgenin köşeleri, sadece pergel ile bulunur. Öklid'in 2. önermesinde, eşkenar bir üçgen inşa edilir, fakat cetvel ile kenarları uzatılır.

**Alıştırma 9.** Cetvel kullanmadan Öklid'in 2. önermesini çözün: Üç nokta verilirse, birinci ve ikincinin arasındaki uzaklık kadar üçüncü noktadan uzak olan bir nokta bulun. O zaman bir çember merkeziyle verilirse, merkezi herhangi bir nokta olan ve yarıçapı verilen çemberin yarıçapına eşit olan bir çember çizilebilir.

## 9. önermeden sonra

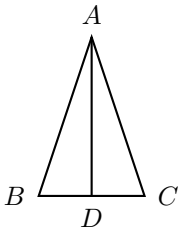
Öklid, 4. önermesi gibi, 8. önermesini de **uygulama yöntemi** ile kanıtlar. Alıştırma 14'te uygulamayı kullanmadan bu önermeyi kanıtlayacağız. Bunun için uygulamayı kullanmadan bazı diğer önermeleri kanıtlamalıyız.

**Alıştırma 10.** Öklid'in 8. önermesini kullanmadan 9. önermesini kanıtlayın, yani verilmiş bir açıyı ikiye bölün.

## 10. önermeden sonra

**Alıştırma 11.** Öklid'in 1. önermesini çözmek için, iki daire gerekir, dolayısıyla 9. önermeyi çözmek için, üç daire gerekir. Öyleyse Öklid'in yöntemiyle 10. önerme beş daire kullanır. *İki* daire kullanarak, verilmiş sınırlı bir doğruyu ikiye bölün. Ayrıca Öklid'in 8. önermesini kullanmayın. Sonuç olarak Öklid'in 12. önermesi de 8. önermeye dayanmaz.

**Alıştırma 12.** Herhangi bir ikizkenar üçgende tabana inen kenarortay diktir.




Şekil 3: Alıştırma 12

## 11. önermeden sonra

**Alıştırma 13.** Öklid'in 8. önermesini kullanmadan 11. önermeyi kanıtlayın.

## 12. önermeden sonra

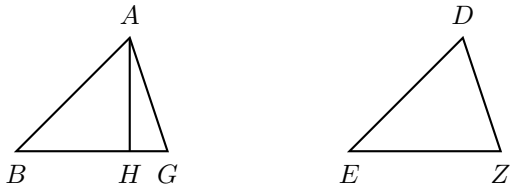
10., 11. ve 13. alıştırmaya göre, Öklid'in 9., 10., 11. ve 12. önermeleri 8. önermeye dayanmaz.

**Alıştırma 14.** Uygulama yöntemini kullanmadan Öklid'in 8. önermesini ispatlayın. Yani $ABG$ ve $DEZ$ üçgenlerinde

$$AB = DE, \qquad BG = EZ, \qquad AG = DZ$$

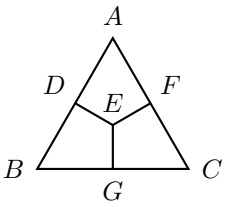
eşitliklerini varsayarak $ABG$ ve $DEZ$ açılarının eşit olduğunu gösterin. Bu iki açı dik ise gösterilecek bir şey yoktur. O zaman $ABG$ açısı dik

olmasın. $A$ noktasından $BG$ tabanına $AH$ dikmesi indirilsin. Buradan devam edin.




Şekil 4: Alıştırma 14

**Alıştırma 15.** Her üçgenin kenarlarının orta dikmeleri bir noktada kesiştiğini gösterin. Aslında bir $ABC$ üçgeninde $DE$ doğrusu, $AB$ kenarına




Şekil 5: Alıştırma 15

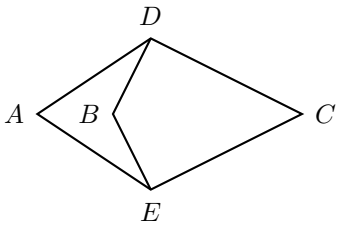
dik olsun ve bu kenarı ikiye bölsün. Benzer şekilde $FE$ doğrusu, $AC$ kenarına dik olsun ve bu kenarı ikiye bölsün. $EG$ doğrusu, $BC$ kenarını ikiye bölerse, bu kenara dik olduğunu gösterin.

## 14. önermeden sonra

**Alıştırma 16.** Üç noktanın her biri iki noktadan aynı uzaklıktaysa, ilk üç nokta bir doğrudadır.

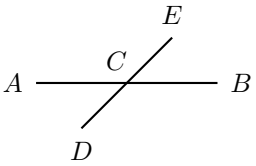
## 15. önermeden sonra

**Alıştırma 17.** Verilen $AB$ doğrusunun bir $C$ noktasından $CD$ ve $CE$ doğruları ayrı tarafa çizilsin. Öklid'in 15. önermesine göre, eğer bu iki




Şekil 6: Alıştırma 16

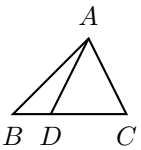
doğru, bir doğru üzerindeyse, o zaman $AB$ doğrusuyla oluşturdukları $ACD$ ve $BCE$ ters açıları birbirine eşittir. Bu önermenin tersini gösterin.




Şekil 7: Alıştırma 17

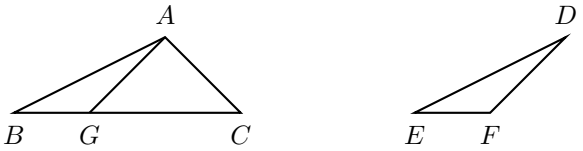
## 17. önermeden sonra

**Alıştırma 18.** Bir kenarı uzatmadan Öklid'in 17. önermesini ispatlayın. (Proklos bunu bir köşeden karşı kenara bir doğru çizerek ispatladı.)




Şekil 8: Alıştırma 18

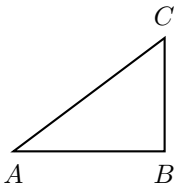
**Alıştırma 19.** İki üçgende, tabandaki bir açı tabandaki bir açıya eşitse, açıyı gören kenar açıyı gören kenara eşitse, ve kalan kenar kalan kenara eşitse, ya tabanlar birbirine eşittir, ya da tabanlardaki kalan açıların biri geniş, biri dardır.




Şekil 9: Alıştırma 19

## 19. önermeden sonra

**Alıştırma 20.** Bir doğruya dışındaki bir noktadan indirilen dikme, o noktayı doğru üzerindeki noktalara birleştiren diğer doğrulardan küçüktür.

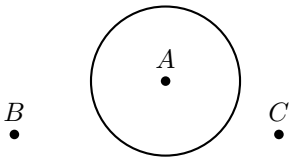



Şekil 10: Alıştırma 20

**Alıştırma 21.** Merkezi $A$ olan bir çember ve $B$ ile $C$ noktaları verilmiş olsun. Noktaları birleştiren $BC$ doğrusu çemberin $A$ merkezinden geçmesin ama çemberi kessin. Hiç doğru çizmeden $BC$ doğrusunun çemberi kestiği noktalarını bulun.

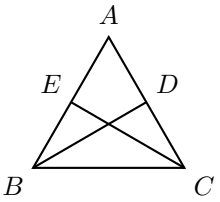
## 26. önermeden sonra

Sonraki alıştırmanın tersi Alıştırma 26 olacak.



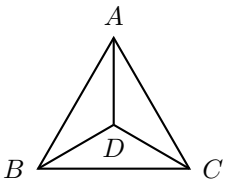

Şekil 11: Alıştırma 21

**Alıştırma 22.** İkizkenar üçgende tabandaki açıları ikiye bölenlerin (yani *açıortayların*) birbirine eşit olduğunu gösterin.




Şekil 12: Alıştırma 22

**Alıştırma 23.** Bir üçgenin açıortaylarının bir noktada kesiştiğini gösterin. Aslında $ABC$ üçgeninde $BD$ ile $CD$, tabandaki açıları ikiye böler.

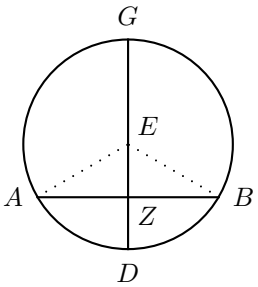



Şekil 13: Alıştırma 23

$AD$ doğrusunun da $BAC$ açısını ikiye böldüğünü gösterin.

Sonraki alıştırma *Öğeler*'in üçüncü kitabının 3. önermesidir.

**Alıştırma 24.** Dairede bir çap verilen bir kirişi ikiye böler ancak ve ancak bu kirişe diktir.




Şekil 14: Alıştırma 24

## 27. önermeden sonra

**Alıştırma 25.** Bir dörtgenin karşıt kenarları birbirine eşit ise, o zaman karşıt köşeleı birleştiren doğrular dörtgeni böler, ve bu dörtgen bir paralelkenardır.

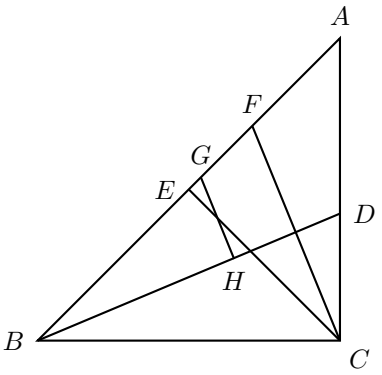
## 28. önermeden sonra

Sonraki alıştırma Alıştırma 22'nin tersidir, ve ona **Steiner–Lehmus Teoremi** denir [3, s. 9 & 420].

**Alıştırma 26.** Tabanındaki açıları ikiye bölenlerin eşit olduğu üçgenin ikizkenar olduğunu gösterin. Aslında karşıt tersini gösterin. $ABC$ üçgeninde

1) $AB > AC$ olsun;
2) $BD$ ile $CE$, tabandaki açıları ikiye böler;
3) $FCE$ açısı, $ABD$ açısına eşittir;
4) $AB$ kenarının $BG$ parçası, $CF$ doğrusuna eşittir;
5) $BGH$ açısı, $BFC$ açısına eşittir.

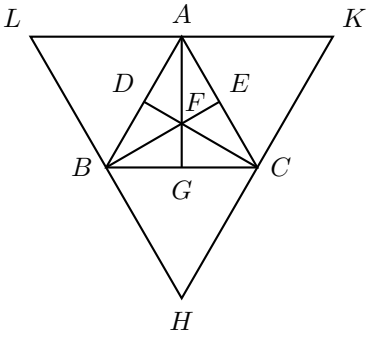
$BD$ açıortayının $EC$ açıortayından büyük olduğunu gösterin.




Şekil 15: Alıştırma 26

## 29. önermeden sonra

**Alıştırma 27.** Bir üçgenin köşelerinden karşıt kenarlara indirilen dikmelerin bir noktada kesiştiğini gösterin. Aslında $ABC$ üçgeninde $CD$

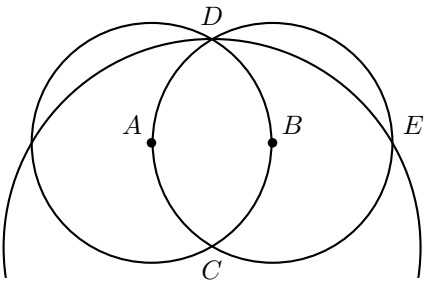



Şekil 16: Alıştırma 27

doğrusu, $AB$ kenarına diktir, ve $BE$ doğrusu, $AC$ kenarına diktir. Bu $CD$ ile $BE$ doğruları, $F$ noktasında kesişirler. $AG$ doğrusu, $F$ noktasından geçsin. $AG$ doğrusunun $BC$ tabanına dik olduğunu gösterin. *İpucu:* $HKL$ üçgeninin kenarları, $ABC$ üçgeninin kenarlarına paralel olsun.

## 32. önermeden sonra

**Alıştırma 28.** Cetvel kullanmadan, $A$ ve $B$ noktaları verilmiş ise, öyle bir $E$ noktasını bulun ki $A$, $B$, ve $E$ noktaları bir doğruda olsun ve $AB = BE$ olsun. Aşağıdaki yöntem kullanılabilir:



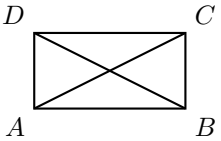

Şekil 17: Alıştırma 28

1. Merkezi $A$ olan ve $B$ noktasından geçen çember ve merkezi $B$ olan ve $A$ noktasından geçen çember, $C$ ve $D$ noktalarında kesişsin.
2. Merkezi $C$ olan ve $D$ noktasından geçen çember, merkezi $B$ olan çemberi $E$ noktasında kessin.

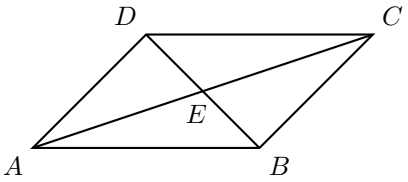
O zaman $E$ noktasının istediğimiz nokta olduğunu gösterin.

## 34. önermeden sonra

**Alıştırma 29.** Bir dikdörtgenin köşegenlerinin birbirine eşit olduğunu gösterin.



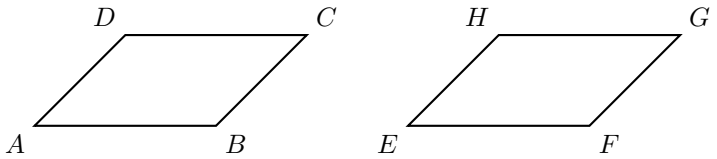

Şekil 18: Alıştırma 29




Şekil 19: Alıştırma 30

**Alıştırma 30.** Bir paralelkenarın köşegenlerinin birbirini ikiye böldüğünü gösterin.

**Alıştırma 31.** $ABCD$ ve $EFGH$ paralelkenar olsun, ve $AB = EF$, $\angle ABC = \angle EFG$ olsun. O zaman paralelkenarlar birbirine eşittir ancak



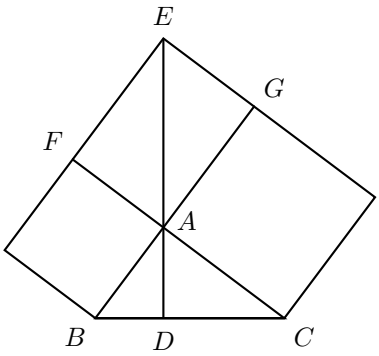

Şekil 20: Alıştırma 31

ve ancak $BC = FG$.

Sonraki alıştırmanın şekli Öklid'in 47. önermesinden alınmıştır. Aslında Alıştırma 49'un kanıtın parçasıdır.

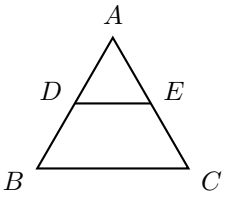
**Alıştırma 32.** $ABC$ üçgeninde $A$ noktasındaki açı diktir ve $AD$ doğrusu $BC$ tabanına diktir. $BF$ ile $CG$ dörtgenleri karedirler. $AE$ doğrusu $AE$ dörtgeninin köşegenidir. $AD$ ile $AE$ doğrularının bir doğruda olduğunu gösterin.

**Orantı** kuramımız yoktur. Öklid *Öğeler*'in beşinci ve altıncı kitaplarında bir orantı kuramını geliştirir. Altıncı kitabın 2. önermesine göre, bir doğru bir üçgenin tabanına paraleldir ancak ve ancak doğru üçgenin kenarını orantılı keser. Hâlâ bu teoremi kullanmadan sonraki alıştırmayı çözebiliriz.




Şekil 21: Alıştırma 32

**Alıştırma 33.** $ABC$ üçgeninin $AB$ kenarının orta noktası $D$ olsun, ve $AC$ kenarında bir $E$ noktası seçilmiş olsun. Eğer $DE$, $BC$ tabanına paralel ise, $E$ noktasının $AC$ kenarını ikiye böldüğünü gösterin.



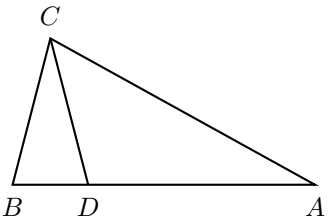

Şekil 22: Alıştırma 33 ve 34

**Alıştırma 34.** Alıştırma 33'ün tersini gösterin.

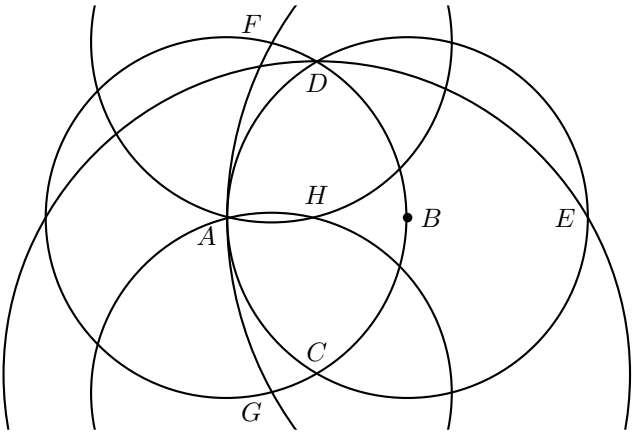
**Alıştırma 35.** Bir $ABC$ üçgeninde $AB = AC$ olsun, ve $BC$ kenarı, $AB$ tabanının yarısı olsun. $CD$ doğrusu, $AB$ tabanını $D$ noktasında kessin, ve $CB$ ve $CD$ doğrularının birbirine eşit olması varsayılsın. $BD$ doğrusunun $BC$ doğrusunun yarısı olduğunu gösterin.

**Alıştırma 36.** Cetvel kullanmadan bir $AB$ doğrusunun orta noktasını bulun:

1. Merkezi $A$ olan ve $B$ noktasından geçen çember ve merkezi $B$ olan ve $A$ noktasından geçen çember, $C$ ve $D$ noktalarında kesişsin.




Şekil 23: Alıştırma 35




Şekil 24: Alıştırma 36

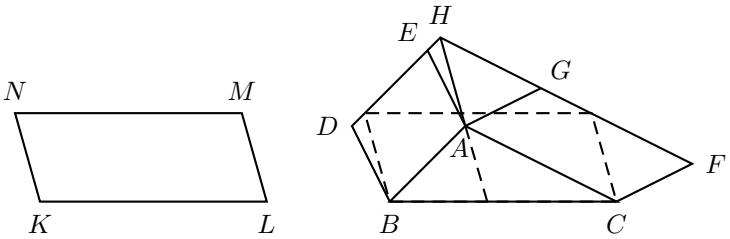
2. Merkezi $C$ olan ve $D$ noktasından geçen çember, merkezi $B$ olan çemberi $E$ noktasında kessin.
3. Merkezi $E$ olan ve $A$ noktasından geçen çember, merkezi $A$ olan çemberi $F$ ve $G$ noktalarında kessin.
4. Merkezleri $F$ ve $G$ olan ve $A$ noktasından geçen çemberler, $H$ noktasında da kesişsin.

$H$ noktasının $AB$ doğrusunun üzerinde ve bu doğrunun orta noktası olduğunu gösterin.

## 35. önermeden sonra

Sonraki alıştırma, Pisagor Teoreminin (yani Öklid'in 47. önermesinin) Pappos'un kanıtladığı genelleştirmesidir [14, s. 574–9].

**Alıştırma 37.** $ABC$, herhangi bir üçgen olsun, ve $AD$ ile $AF$, $ABC$ üçgeninin kenarlarında rastgele seçilmiş iki paralelkenar olsun. Gerekirse, bu paralelkenarların $DE$ ile $FG$ kenarları uzatılsın, ve $H$ noktasında kesişsinler. $KLMN$ paralelkenarında, $KL$ tabanı, $ABC$ üçgeninin $BC$ tabanına




Şekil 25: Alıştırma 37

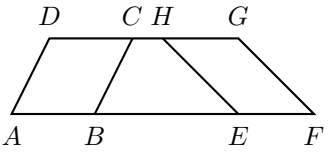
eşit olsun, ve $KN$ kenarı, $AH$ doğrusuna eşit olsun. Ayrıca $NKL$ açısı, $ABC$ ile $DHA$ açılarının toplamına eşit olsun. $AD$ ile $AF$ paralelkenarlarının toplamının $KLMN$ paralelkenarına eşit olduğunu gösterin. *İpucu:* Eğer $KLMN$ paralelkenarının $KL$ tabanı $ABC$ üçgeninin $BC$ tabanına uygulanırsa, $N$ ve $M$ köşeleri $DE$ ve $FG$ doğrularına düşecekler.

## 36. önermeden sonra

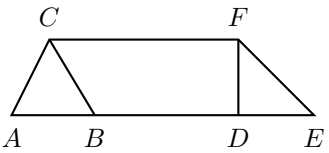
**Alıştırma 38.** İki paralelkenar, aynı paralellerde olsun. Öklid'in 36. önermesine göre, paralelkenarların tabanları birbirine eşitse, paralelkenarlar da birbirine eşittir. Tersini gösterin.

## 38. önermeden sonra

**Alıştırma 39.** İki üçgen, aynı paralellerde olsun. Öklid'in 38. önermesine göre, üçgenlerin tabanları birbirine eşitse, üçgenler de birbirine eşittir. Tersini gösterin.

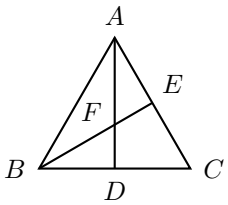



Şekil 26: Alıştırma 38




Şekil 27: Alıştırma 39

**Alıştırma 40.** Bir $ABC$ üçgeninde, $AD$ ve $BE$ kenarortayları $F$ noktasında kesişsin. O zaman $AF = 2FD$.




Şekil 28: Alıştırma 40

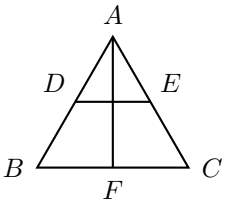
**Alıştırma 41.** Bir üçgenin kenarortaylarının bir noktada kesiştiğini gösterin.

## 41. önermeden sonra

Alıştırma 49'da, Pisagor Teoreminin Öklid'in verdiği kanıtındaki üç doğrunun bir noktada kesiştiğini göstereceğiz. İskenderiyeli Heron, Alıştırma

45'in sonucuyla, bu teoremi kanıtlar. Alıştırma 45'in sonucunu Alıştırma 43'ün sonucuyla kanıtlar, ve Alıştırma 43'ün sonucunu sonraki alıştırmanın sonucuyla kanıtlar [5, vol. I, pp. 366–8].

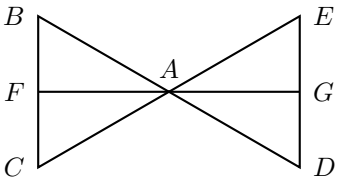
**Alıştırma 42.** $DE$ doğrusu, $ABC$ üçgeninin $BC$ tabanına paraleldir. $AF$ doğrusu, tabanı ikiye böler. $AF$ doğrusunun, $DE$ doğrusunu da ikiye böldüğünü gösterin.




Şekil 29: Alıştırma 42

Yukarıda dediğimiz gibi Heron önceki alıştırmayla sonraki alıştırmayı çözer.

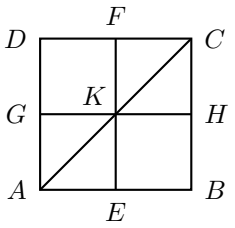
**Alıştırma 43.** Şekil 30'da $DE$ doğrusu, $BC$ doğrusuna paraleldir, ve $BD$, $CE$, ve $FG$ doğruları, birbiriyle $A$ noktasında kesişirler. $FG$ doğrusu, $BC$ doğrusunu ikiye böler. $FG$ doğrusunun $DE$ doğrusunu da ikiye böldüğünü gösterin.




Şekil 30: Alıştırma 43

## 43. önermeden sonra

**Alıştırma 44.** $ABCD$ bir paralelkenardır, ve $EF$ ile $GH$ doğruları paralelkenarın kenarlarına paraleldir. Öklid'in 43. önermesine göre, eğer $AK$

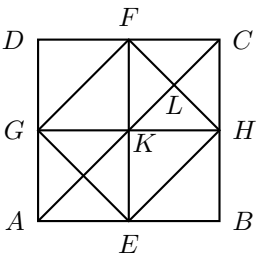



Şekil 31: Alıştırma 44

ile $KC$ doğruları bir doğrudaysa, o zaman $DK$ ile $KB$ paralelkenarları birbirine eşittir. Bu önermenin tersini gösterin. Olmayana ergi yöntemini kullanabilirsiniz.

Yukarıda dediğimiz gibi Heron Alıştırma 43 ile sonraki alıştırmayı çözer.

**Alıştırma 45.** Olmayana ergi yöntemini kullanmadan Alıştırma 44'ü çözün: *İpucu:* $FG$, $GE$, $EH$, $HF$, ve $AKL$, doğrular olsun. O zaman

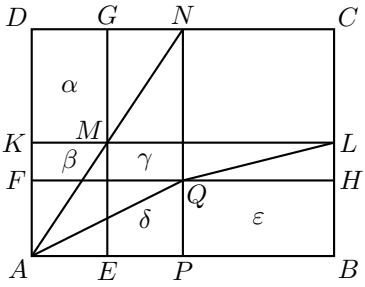



Şekil 32: Alıştırma 45

1) $AL$, $GE$ doğrusunu ikiye böler;
2) $EFG$ ile $EHG$ üçgenleri, birbirine eşittir;
3) $AL$, $FH$ doğrusunu ikiye böler;

4) $FLK$ ile $CLH$ açıları, birbirine eşittir.

**Alıştırma 46.** Şekil 33'te



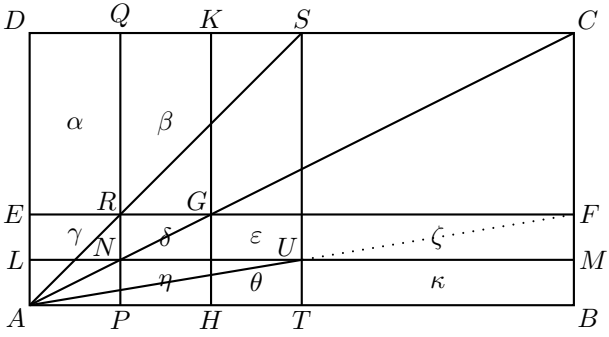

Şekil 33: Alıştırma 46

1) $ABCD$ bir dikdörtgen;
2) $AE = AF$;
3) $EG \parallel AD$ ve $FH \parallel AB$;
4) $KL$ doğrusu, $AB$ doğrusuna paralel ve $EG$ doğrusunu $M$ noktasında keser;
5) $AM$ doğrusu uzatılır ve $DC$ doğrusunu $N$ noktasında keser;
6) $NP$ doğrusu, $DA$ doğrusuna paralel ve $FH$ doğrusunu $Q$ noktasında keser;
7) $AQ$ ve $QL$ doğruları çizilir.

$AQ$ ve $QL$ bir doğru olması için $ABCD$ dikdörtgeninin kare olmasının gerekli ve yeterli olduğunu gösterin.

**Alıştırma 47.** Şekil 34'te

1) $ABCD$ bir dikdörtgendir;
2) $AC$ köşegeni çizilir;
3) $EF$ doğrusu $AB$ tabanına paraleldir ve $AC$ köşegenini $G$ noktasında keser;
4) $HGK$ doğrudur ve $AD$ kenarına paraleldir;
5) $LM$ doğrusu $AB$ tabanına paraleldir ve $AC$ köşegenini $N$ noktasında keser;
6) $PNQ$ doğrudur, $AD$ kenarına paraleldir, ve $EF$ doğrusunu $R$ noktasında keser;




Şekil 34: Alıştırma 47

7) $AR$ doğrusu uzatılır ve $DC$ kenarını $S$ noktasında keser;
8) $ST$ doğrusu $AD$ kenarına paraleldir ve $LM$ doğrusunu $U$ noktasında keser;
9) $AU$ ve $UF$ doğruları çizilir.

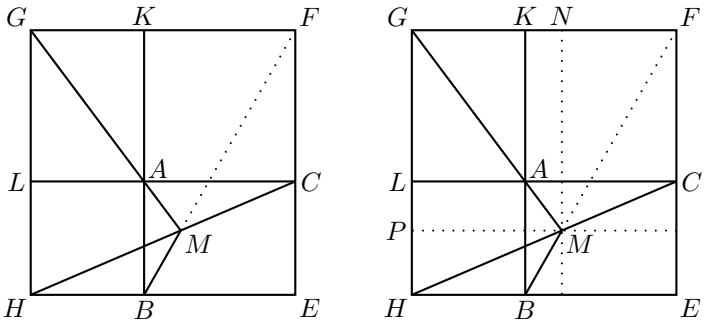
$AU$ ve $UF$ doğrularının bir doğruda olduğunu gösterin.

Yukarıda dediğimiz gibi Heron Alıştırma 45 ile sonraki alıştırmayı çözer.

**Alıştırma 48.** $EFGH$ paralelkenarında $BK$ ile $LC$ doğruları, kenarlara paraleldirler, ve $A$ noktasında kesişir. $EL$ paralelkenarının $CH$ köşegeni çizilmiştir. $GA$ doğrusu çizilmiş ve $CH$ doğrusundaki $M$ noktasına uzatılmıştır. $MB$ ile $MF$ doğruları çizilmiştir. Bu $MB$ ile $MF$ doğrularının bir doğruda olduğunu gösterin.

Önceki alıştırma ve Alıştırma 32 ile Heron sonraki alıştırmayı çözer.

**Alıştırma 49.** Öklid'in 47. önermesinin şeklinde $AL$, $BK$, ve $GZ$ doğrularının bir noktada kesiştiğini gösterin. Burada $AL$ doğrusu, $BG$ doğrusuna diktir.




Şekil 35: Alıştırma 48

## Çarpma (analitik geometriye geçiş)

Çağdaş dilde, sınırlanmış doğruların eşitliği, bir **denklik bağıntısıdır,** çünkü eşitlik (1) **yansımalı,** (2) **simetrik,** ve (3) **geçişlidir,** yani bütün $A$, $B$, ve $C$ doğruları için

1) $A = A$,
2) $A = B$ ise $B = A$,
3) $A = B$ ve $B = C$ ise $A = C$.

Bir doğrunun **eşitlik sınıfı,** bu doğruya eşit olan tüm doğruların sınıfıdır.[23] Yani bir $A$ doğrusunun eşitlik sınıfı,

$$\{X : X = A\}$$

sınıfıdır. Bu sınıfı

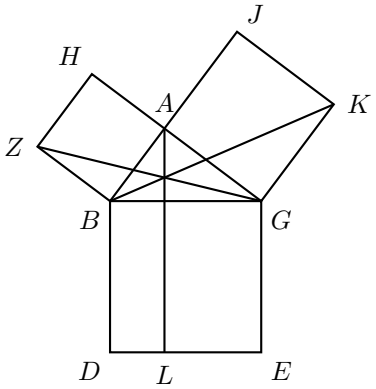
$$|A|$$

ifadesiyle gösterelim. Eğer $A$ ve $B$ doğruları birbirine *eşit* ise, o zaman $|A|$ ve $|B|$ sınıfları birbiriyle *aynıdır,* çünkü aynı doğrular içerirler. O halde

$$|A| = |B|$$

ifadesinin yazarız, ama burada "=" işareti sadece eşitlik işareti değil, *aynılık* işaretidir!

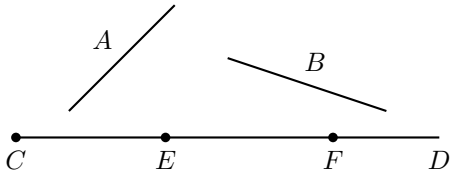
[23] Bir eşitlik sınıfı bir *denklik sınıfıdır,* çünkü eşitlik bir denklik bağıntısıdır.




Şekil 36: Alıştırma 49

Bir doğrunun eşitlik sınıfına, doğrunun **uzunluğu** densin. Bu şekilde, bir uzunluk bir sayı değildir. Ama sayıların özelliklerinin uzunlukların özellikleri olduğunu göstereceğiz.

İki uzunluğun **toplamı** vardır. Nitekim $A$ ve $B$ doğrular ise, Şekil 37'deki gibi Öklid'in 3. önermesini kullanarak bir $CD$ doğrusunda




Şekil 37: Doğruların toplaması

$$CE = A, \qquad EF = B$$

eşitliklerini sağlayan $E$ ve $F$ noktalarını bulabiliriz. O zaman

$$A + B = CF.$$

Bu durumda, 2. ortak kavramın sayesinde

$$\{X \colon A + B = X\} = |CF|.$$

Bu sınıf, $A$ ve $B$ doğrularının uzunluklarının **toplamıdır.** Bu toplam için

$$|A| + |B|$$

ifadesini yazalım. Tekrar 2. ortak kavramın sayesinde

$$|B| + |A| = |A| + |B|,$$

yani toplama **değişmelidir.** Ayrıca

$$|A| + (|B| + |C|) = (|A| + |B|) + |C|,$$

yani toplama **birleşmelidir.**

Şimdi iki uzunluğun çarpımını tanımlamak istiyoruz. Sadece doğrunun değil, her figürün eşitlik sınıfı vardır. Bir figürün eşitlik sınıfı **alanıdır.** Öklid'in 45. önermesine göre, her *düzkenarlı* figürün alanı bir dikdörtgenin alanıdır. Eğer $ABCD$ bir dikdörtgense, o zaman

$$AB \times BC = ABCD$$

ifadesini yazabiliriz. Ayrıca $AB = E$ ve $BC = F$ ise

$$E \times F = ABCD$$

yazılabilir. Bu durumda, Alıştırma 31'in sayesinde

$$\{X \colon E \times F = X\} = |ABCD|.$$

O zaman

$$|ABCD| = |E| \times |F|$$

yazılabilir. O halde

$$|F| \times |E| = |E| \times |F|.$$

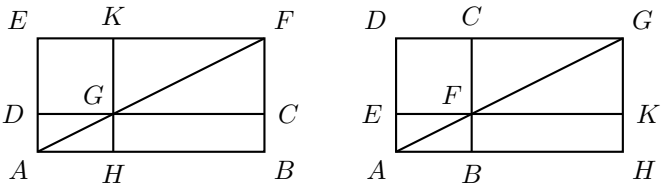
Ama şimdilik $(|E| \times |F|) \times |G|$ ifadesinin anlamı yoktur! Bir *cismin* eşitlik sınıfı olabilir. Cisimler *Öğeler*'in onbirinci kitabında tanımlanır.

Öklid'in 44. önermesinin kanıtını kullanarak her $ABCD$ dikdörtgeni ve $L$ doğrusu için

$$|L| \times |M| = |ABCD|$$

eşitliğini sağlayan bir $M$ doğrusunu bulabiliriz. Aslında Şekil 38'de

1) $AE = L$ olsun,




Şekil 38: Doğruların çarpması

2) $EF \parallel AB$ olsun,
3) $AF$ köşegeni ve $DC$ kenarı $G$ noktasında kesişir,
4) $G$ noktasından geçen ve $AD$ kenarına paralel olan $HK$ doğrusu çizilsin.

O zaman 43. önermeye göre

$$|L| \times |AH| = |ABCD| = |AD| \times |AB|.$$

Bu durumda $L$ bir **birim** olarak seçilsin. O zaman

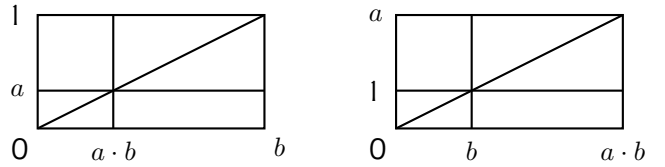
$$|AD| \cdot |AB| = |AH|$$

yazılabilir, yani $|AD|$ ve $|AB|$ uzunluklarının **çarpımı** $|AH|$ olarak tanımlanabilir.

Uzunluklar için küçük Latin harfler kullanılabilir. Birim uzunluğu için

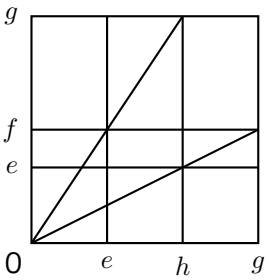
1

kullanılabilir. O zaman çarpımlar Şekil 39'daki gibidir. Bu tanıma göre,




Şekil 39: Doğruların çarpması

$e$, $f$, $g$, ve $h$ Şekil 40'taki gibi uzunluklar ise, o zaman Alıştırma 46'ya



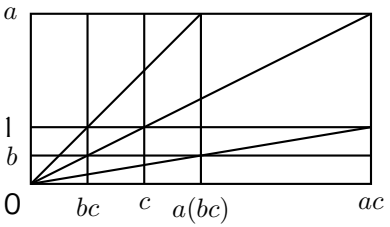

Şekil 40: Çarpmanın değişme özelliği

dayanarak

$$g \cdot e = f \cdot h = e \cdot g.$$

Öyleyse çarpmanın değişme özelliği vardır.

**Alıştırma 50.** 47. alıştırmayı kullanarak çarpmanın birleşmeli olduğunu gösterin. Şekil 41'deki gibi uzunluklar kullanılabilir.




Şekil 41: Alıştırma 50

Şimdi *Öğeler*'in ikinci kitabının 1., 5. ve 6. önermeleri

$$a(b+c) = ab + ac, \qquad (a+b)(a-b) + b^2 = a^2$$

şeklinde anlatılabilir.

## 47. Önermeden sonra

Sonraki alıştırma *Öğeler*'in üçüncü kitabının 35. önermesi gibidir.

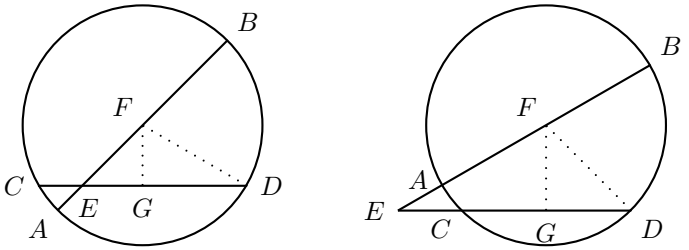
**Alıştırma 51.** Bir dairenin $AB$ ve $CD$ kirişleri $E$ noktada kesişirse

$$AE \times EB = CE \times ED$$

eşitliğini kanıtlayın. Sonuç olarak $a$, $b$, ve $c$ uzunlukları verilirse, cetvel kullanmadan

$$ab = cx$$

denklemini sağlayan bir $x$ uzunluğunu bulun. $E$ kesişim noktası dairenin dışında olabilir. $AB$ kirişinin çap olduğu durumdan genel durum çıkar.




Şekil 42: Alıştırma 51

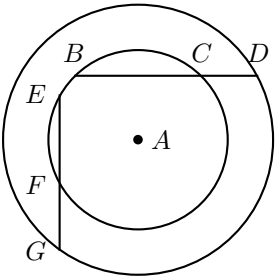
**Alıştırma 52.** İki çemberin aynı $A$ merkezi olsun. Küçük çemberin $BC$ kirişi, büyük çemberdeki $D$ noktasına uzatılsın, ve aynı şekilde $EF$, $G$ noktasına uzatılsın.

$$|BD| \cdot |CD| = |EG| \cdot |FG|$$

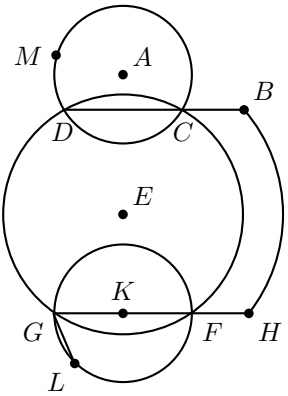
eşitliğini gösterin.

**Alıştırma 53.** Merkezi ile bir çember ve başka nokta verilirse, cetvel kullanmadan, noktaları birleştiren doğrunun çemberi kestiği noktaları bulun. Aşağıdaki yöntem kullanılabilir.

1. Çemberin merkezi $A$ ve öteki nokta $B$ olsun.
2. $B$ noktasından geçen çemberin bir kirişi $CD$ olsun. **[Alış. 21]**
3. Merkezi $E$ olan, ilk çemberden büyük olan, ve $C$ ve $D$ noktalarından geçen bir çember çizilsin. **[Alış. 9]**




Şekil 43: Alıştırma 52

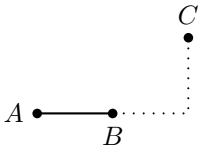



Şekil 44: Alıştırma 53

4. İkinci çemberin ilk çemberin çapına eşit olan bir kirişinin $F$ ve $G$ uç noktaları bulunsun. [**Alış.** 9]
5. Bu $FG$ kirişi, merkezi $E$ olan ve $B$ noktasından geçen çemberi $H$ noktasında kessin. [**Alış.** 21]
6. $FG$ kirişinin orta noktası $K$ olsun. [**Alış.** 36]
7. Merkezi $K$ olan ve $F$ noktasından geçen çember çizilsin.
8. Merkezi $H$ olan ve yarıçapı $BD$ doğrusuna eşit olan çember, merkezi $K$ olan çemberi $L$ noktasında kessin. [**Alış.** 9]
9. Merkezi $D$ olan ve yarıçapı $GL$ doğrusuna eşit olan çember, ilk çemberi $M$ noktasında kessin. [**Alış.** 9]

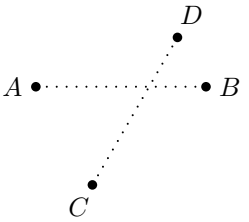
Şimdi $M$, $A$, ve $B$ noktalarının bir doğruda olduğunu gösterin.

**Alıştırma 54.** Bir doğruda olmayan $A$, $B$, ve $C$ noktaları verilirse, cetvel kullanmadan, $AB$ doğrusuna $C$ noktasından düştürülen dikeyin ayağını bulun.




Şekil 45: Alıştırma 54

**Alıştırma 55.** Bir doğruda olmayan $A$, $B$, $C$, ve $D$ noktaları verilirse,




Şekil 46: Alıştırma 55

cetvel kullanmadan $AB$ ve $CD$ doğrularının kesişim noktasını bulun.

# Kaynakça


[1] Mustafa Kemal Atatürk. *Geometri*. Türk Dil Kurumu, Ankara, 2000. 4. baskı; 1. baskı 1971.

[2] Güler Çelgin. *Eski Yunanca–Türkçe Sözlük*. Kabalcı, İstanbul, 2011.

[3] H. S. M. Coxeter. *Introduction to Geometry*. John Wiley & Sons, New York, second edition, 1969. First edition, 1961.

[4] Euclid. *Euclidis Elementa*, volume I of *Euclidis Opera Omnia*. Teubner, 1883. Edidit et Latine interpretatvs est I. L. Heiberg.

[5] Euclid. *The thirteen books of Euclid's Elements translated from the text of Heiberg. Vol. I: Introduction and Books I, II. Vol. II: Books III–IX. Vol. III: Books X–XIII and Appendix*. Dover Publications Inc., New York, 1956. Translated with introduction and commentary by Thomas L. Heath, 2nd ed.

[6] Euclid. *Euclid's Elements*. Green Lion Press, Santa Fe, NM, 2002. All thirteen books complete in one volume. The Thomas L. Heath translation, edited by Dana Densmore.

[7] Euclid. *Euclid's Elements of Geometry*. Published by the editor, revised and corrected edition, 2008. Edited, and provided with a modern English translation, by Richard Fitzpatrick, `http://farside.ph.utexas.edu/euclid.html`.

[8] Norbert Hungerbühler. A short elementary proof of the Mohr-Mascheroni theorem. *Amer. Math. Monthly*, 101(8):784–787, 1994.

[9] Reviel Netz. *The shaping of deduction in Greek mathematics*, volume 51 of *Ideas in Context*. Cambridge University Press, Cambridge, 1999. A study in cognitive history.

[10] Pappus. *Pappus Alexandrini Collectionis Quae Supersunt*, volume I. Weidmann, Berlin, 1877. E libris manu scriptis edidit, Latina interpretatione et commentariis instruxit Fridericus Hultsch.

[11] Proclus. *Procli Diadochi in primum Euclidis Elementorum librum commentarii*. Bibliotheca scriptorum Graecorum et Romanorum Teubneriana. In aedibus B. G. Teubneri, 1873. Ex recognitione Godofredi Friedlein.

[12] Proclus. *A commentary on the first book of Euclid's* Elements. Princeton Paperbacks. Princeton University Press, Princeton, NJ, 1992. Translated from the Greek and with an introduction and notes by Glenn R. Morrow, reprint of the 1970 edition, with a foreword by Ian Mueller.

[13] Lucio Russo. *The forgotten revolution*. Springer-Verlag, Berlin, 2004. How science was born in 300 BC and why it had to be reborn, translated from the 1996 Italian original by Silvio Levy.

[14] Ivor Thomas, editor. *Selections illustrating the history of Greek mathematics. Vol. II. From Aristarchus to Pappus*, volume 362 of *Loeb Classical Library*. Harvard University Press, Cambridge, Mass, 1951. With an English translation by the editor.