Geometri alıştırmaları

Ahmet Bakkaloğlu Ayhan Günaydın

Özer Öztürk David Pierce

12 Aralık 2012

Matematik Bölümü
Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi
http://mat.msgsu.edu.tr/

Bu alıştırmalar,
sadece Öklid'in *Öğeleri*'nin birinci kitabının önermelerini kullanır.
Bulduğumuz ispatlar,
3–5, 12–19, 23, 26, 28–36, 38–39, 41, ve 43
numaralı önermeleri kullanıyor.
Alıştırmalar, 4 bölüme ayrılmıştır.
Bir alıştırma, bölümünde kendinden önce gelen alıştırmaları kullanabilir.

Bir alıştırma anlatacaksanız,
notlarınızı kullanmadan,
farklı şekiller kullanarak,
farklı harfler kullanarak
anlatabilmelisiniz.
Hangi önermeleri kullandığınızı söylemelisiniz.

İçindekiler

1 Steiner–Lehmus Teoremi **3**

2 Üçgenlerin merkezleri **3**

3 Pisagor Teoreminin Pappus'un verdiği genelleştirilmesi **4**

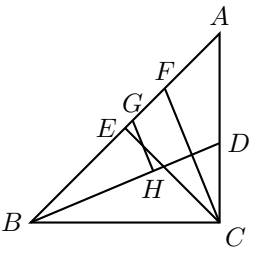
4 Pisagor Teoremi için Öklid'in şekli **5**

1 Steiner–Lehmus Teoremi

Alıştırma 1. İkizkenar üçgende tabandaki açıları ikiye bölenlerin (yani *açıortayların*) birbirine eşit oldğunu gösterin.

Alıştırma 2. Tabanındaki açıları ikiye bölenlerin eşit olduğu üçgenin ikizkenar olduğunu gösterin. *İpucu:* Aşağıdaki şekli kullanarak karşıt tersini gösterin.

ABC üçgeninde
1) BD ile CE, tabandaki açıları ikiye böler;
2) FCE açısı, ABD açısına eşittir;
3) AB kenarının BG parçası, CF doğrusuna eşittir;
4) BGH açısı, BFC açısına eşittir.

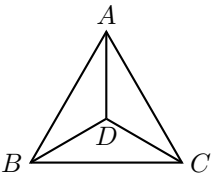


2 Üçgenlerin merkezleri

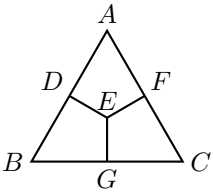
Alıştırma 3. İki üçgende, tabandaki bir açı tabandaki bir açıya eşitse, açıyı gören kenar açıyı gören kenara eşitse, ve kalan kenar kalan kenara eşitse, ya tabanlar birbirine eşittir, ya da tabanlardaki kalan açıların biri oput, biri dardır.

Alıştırma 4.

ABC üçgeninde BD ile CD, tabandaki açıları ikiye böler. AD doğrusunun BAC açısını ikiye böldüğünü gösterin.



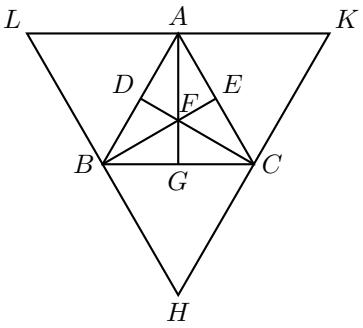
Alıştırma 5.



ABC üçgeninde DE doğrusu, AB kenarına dik ve bu kenarı ikiye böler. Benzer şekilde FE doğrusu, AC kenarına dik ve bu kenarı ikiye böler. EG doğrusu, BC kenarına dikse, bu kenarı ikiye böldüğünü gösterin.

Alıştırma 6.

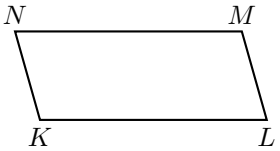
ABC üçgeninde CD doğrusu, AB kenarına diktir, ve BE doğrusu, AC kenarına diktir. Bu CD ile BE doğruları, F noktasında kesişirler. AG doğrusu, F noktasından geçer. AG doğrusunun BC tabanına dik olduğunu gösterin. *İpucu:* HKL üçgeninin kenarları, ABC üçgeninin kenarlarına paralel olsun.

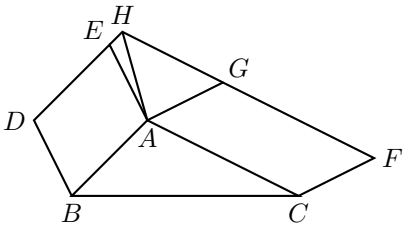


3 Pisagor Teoreminin Pappus'un verdiği genelleştirilmesi

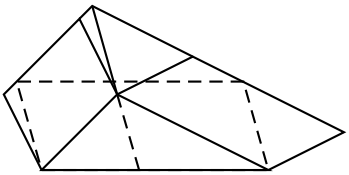
Alıştırma 7. İki paralelkenarda, iki bitişik kenar, iki bitişik kenara eşit ise, ve içerilen açı, içerilen açıya eşit ise, paralelkenarlar birbirine eşittir.

Alıştırma 8.





ABC, herhangi bir üçgendir, ve AD ile AF, ABC üçgeninin kenarlarında rasgele seçilmiş iki paralelkenardır. Gerekirse, bu paralelkenarların DE ile FG kenarları uzatılır, ve H noktasında kesişirler. $KLMN$ paralelkenarında, KL tabanı, ABC üçgeninin BC tabanına eşittir; ve NKL açısı, ABC ile DHA açılarının toplamına eşittir. AD ile AF paralelkenarlarının toplamının $KLMN$ paralelkenarına eşit olduğunu gösterin. *İpucu:*



4 Pisagor Teoremi için Öklid'in şekli

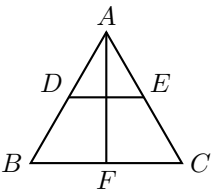
Alıştırma 9. Verilen bir doğrunun bir noktasından iki doğru, ayrı tarafa çizilsin. Öklid'in 15. önermesine göre, eğer bu iki doğru, bir doğrudaysa, o zaman verilen doğruyla oluşturdukları ters açılar birbirine eşittir. Bu önermenin tersini gösterin.

Alıştırma 10. Bir paralelkenarın köşegenlerinin birbirini ikiye böldüğünü gösterin.

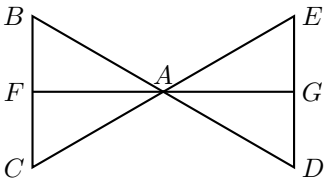
Alıştırma 11. İki paralelkenar, aynı paralellerde olsun. Öklid'in 36. önermesine göre, paralelkenarların tabanları birbirine eşitse, paralelkenarlar da birbirine eşittir. Tersini gösterin.

Alıştırma 12.

DE doğrusu, ABC üçgeninin BC tabanına paraleldir. AF doğrusu, tabanı ikiye böler. AF doğrusunun DE doğrusunu da ikiye böldüğünü gösterin.



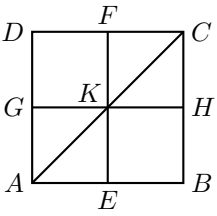
Alıştırma 13.

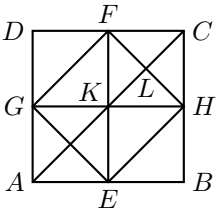


Şekilde DE doğrusu, BC doğrusuna paraleldir, ve BD, CE, ve FG doğruları, birbiriyle A noktasında kesişirler. FG doğrusu, BC doğrusunu ikiye böler. FG doğrusunun DE doğrusunu da ikiye böldüğünü gösterin.

Alıştırma 14.

$ABCD$ bir paralelkenardır, ve EF ile GH doğruları, paralelkenarın kenarlarına paraleldir. Öklid'in 43. önermesine göre, eğer AK ile KC doğruları, bir doğrudaysa, o zaman DK ile KB paralelkenarları, birbirine eşittir. Bu önermenin tersini gösterin.



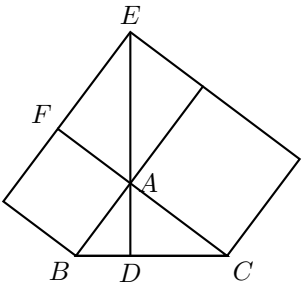


İpucu: FG, GE, EH, HF, ve AKL, doğrular olsun. O zaman

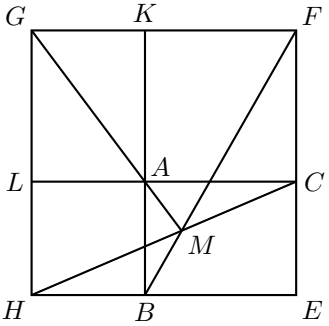
1) AL, GE doğrusunu ikiye böler;
2) EFG ile EHG üçgenleri, birbirine eşittir;
3) AL, FH doğrusunu ikiye böler;
4) FLK ile CLH açıları, birbirine eşittir.

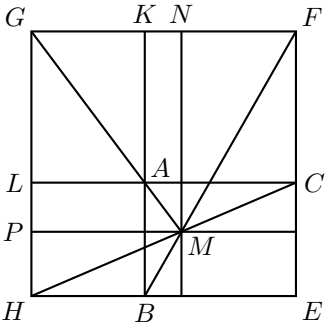
Alıştırma 15.

Şeklimiz, Öklid'in 47. önermesinden alınmıştır. AD doğrusu, BC doğrusuna diktir; AE dörtgeni, bir dikdörtgendir; ve AE doğrusu, onun köşegenidir. AD ile AE doğrularının bir doğruda olduğunu gösterin.



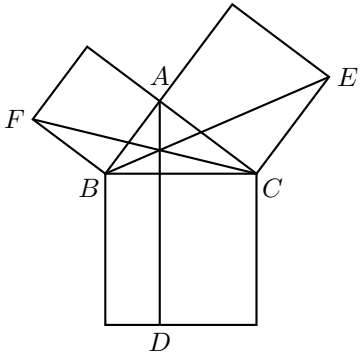
Alıştırma 16.





$EFGH$ paralelkenarında BK ile LC doğruları, kenarlara paraleldirler, ve A noktasında kesişir. EL paralelkenarının CH köşegeni çizilmiştir. GA doğrusu çizilmiş ve CH doğrusundaki M noktasına uzatılmıştır. MB ile MF doğruları çizilmiştir. Bu MB ile MF doğrularının bir doğruda olduğunu gösterin.

Alıştırma 17.



Öklid'in 47. önermesinin şeklinde AD, BE, ve CF doğrularının bir noktada kesiştiğini gösterin. (Burada AD doğrusu, BC doğrusuna diktir.)